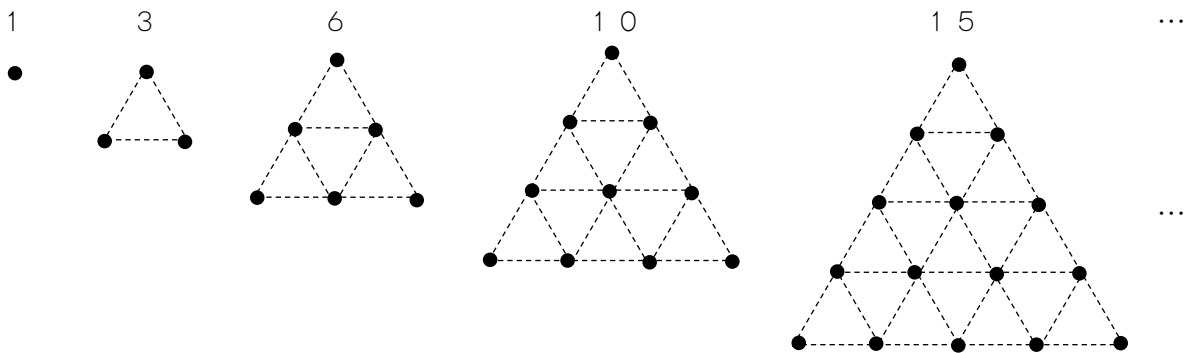


最難関問題

素数の三角数

ご石を下のように三角形の形に並べていくときに使うご石の個数を三角数といいます。三角数は小さい順に、1, 3, 6, 10, 15, ...となります。



素数の三角数は3以外存在しません。その理由を説明しなさい。

最難関問題

素数の三角数

三角数は、 1 、 $1 + 2 = 3$ 、 $1 + 2 + 3 = 6$ 、 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 、 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ というように、 1 からある整数 \square までの和にあたります。よって、 $(1 + \square) \times \square \div 2$ という式で表すことができます。

\square が奇数の場合、 $(1 + \square)$ が偶数なので、 $(1 + \square) \times \square \div 2 = \frac{1 + \square}{2} \times \square$ が素数となるためには、 $\frac{1 + \square}{2}$ が \square が 1 でなければなりません。条件を満たすのは $\square = 1$ の場合のみで、このときは三角数の 1 になりますが、 1 は素数ではありません。

\square が偶数の場合、 $(1 + \square) \times \square \div 2 = (1 + \square) \times \frac{\square}{2}$ が素数となるためには、 $\frac{\square}{2}$ が 1 でなければなりません。条件を満たすのは $\square = 2$ の場合のみで、このときは三角数の 3 になります。

以上より、 3 以外の素数の三角数は存在しません。