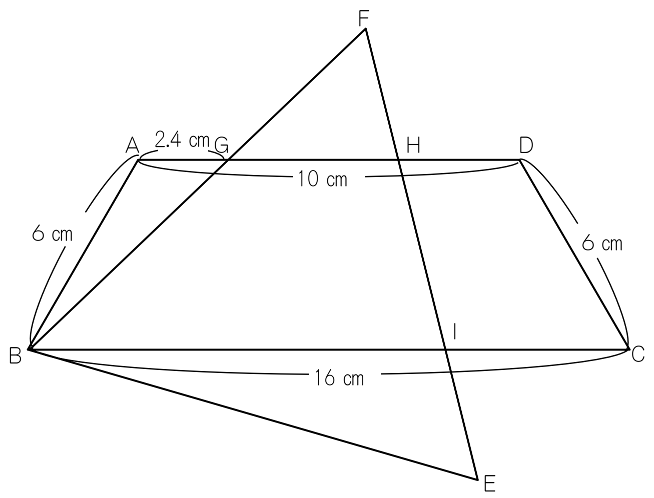
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正三角形シリーズ２０

　下の図において四角形ＡＢＣＤは辺ＡＤとＢＣが平行な台形で，三角形ＢＥＦは正三角形です。
台形ＡＢＣＤと正三角形ＢＥＦの面積が等しいとき，ＤＨとＣＩの長さは何㎝ですか。



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

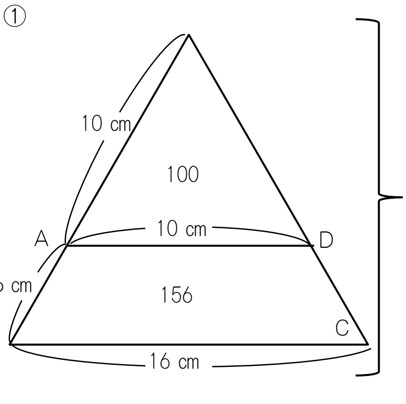
最難関問題

正三角形シリーズ２０　ＤＨ…$3\frac{1}{7}$cm，ＣＩ…$4\frac{6}{7}$cm

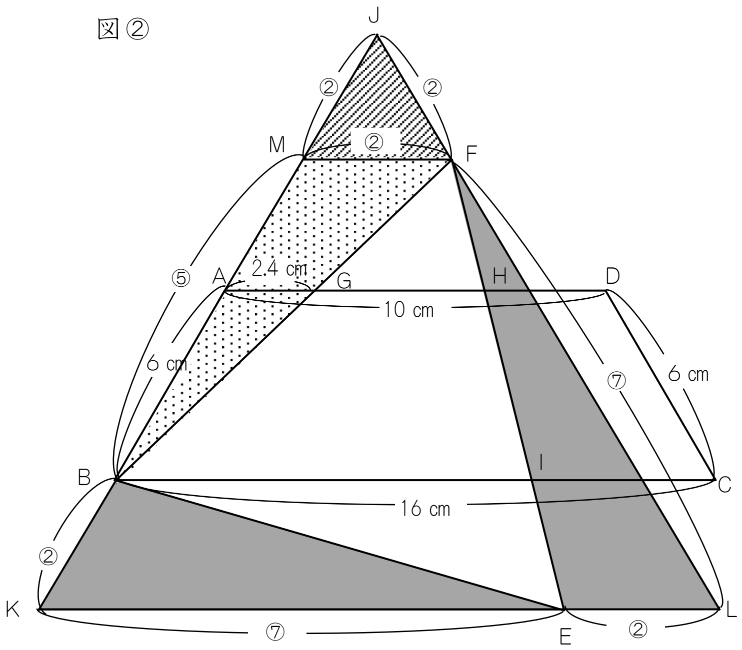
１辺の長さが１cmの正三角形の面積を１とすると，図①より台形ＡＢＣＤの面積は，
１６×１６－１０×１０＝２５６－１００＝１５６です。

次に，図②のように，頂点Ａ，Ｂ，Ｅ，Ｆが辺上にある正三角形ＪＫＬを考えます。正三角形ＪＫＬは，辺ＪＫが辺ＡＢと重なり，辺ＫＬは辺ＡＤやＢＣ，辺ＬＪは辺ＣＤと平行になります。辺ＫＬと平行な線ＦＭを図のように引くと，あみ目部分の三角形ＢＡＧとＢＭＦは相似形なので，ＢＭ：ＭＦ＝６：２.４＝５：２となります。ＢＭの長さを⑤とすると，斜線部分の三角形ＪＭＦは１辺の長さが②の正三角形になります。さらに，かげをつけた三角形ＢＫＥとＥＬＦは，あみ目部分と斜線部分をあわせた三角形ＦＪＢと合同なので，図の長さが成り立ち，三角形ＪＫＬは１辺の長さが⑨の正三角形となります。

図①



図②



正三角形ＪＫＬの面積を，⑨×⑨より$\boxed{81}$とすると，三角形ＢＫＥ，ＥＬＦ，ＦＪＢの面積はどれも②×⑦＝$\boxed{14}$となるので，正三角形ＢＥＦの面積は，$\boxed{81}$－$\boxed{14}$×３＝$\boxed{39}$です。$\boxed{39}$＝１５６であることから，$\boxed{1}$＝４となるので，①の長さは２cmです。

最難関問題

こうして，図③の長さが成立します。影をつけた部分の三角形の相似に注目をすると，

$DH = 2 + 4 \times \frac{4}{14} = 3\frac{1}{7}$（cm），$CI = 2 + 4 \times \frac{10}{14} = 4\frac{6}{7}$（cm）です。

図③