

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

試行力問題～子どもから大人まで～

しも りっぽうすう せいすう しこうりょく
下 n けたが立方数の整数（試行力）

$3 \times 3 \times 3 = 27$ のように、同じ整数を 3 個かけあわせてできる数を立方数といいます。27, 127, 2027 は、下 2 けたが 27 という立方数になっています。このように、下 1 けた、下 2 けた、下 3 けた、…のいずれかが立方数になる 1 以上の整数について考えます。ただし、0 は立方数にふくまないものとします。

(1) 1000 以下でこのような整数は何個ありますか。

(2) 1000 以下で、このような整数のうち、2 で割れる数は何個ありますか。

(3) 1000 以下で、このような整数のうち、8 で割ると 7 あまる数は何個ありますか。

下 n けたが立方数の整数（試行力） (1) 226個 (2) 113個 (3) 31個

(1) 下 1 けたが立方数である $1 \times 1 \times 1 = 1$ となっている数は, 1, 11, 21, 31, ..., 91, 101, 111, ..., 991 のように, $10 \times \square + 1$ の $\square$ に 0 から 99 までの整数をいれてできる 100 個の数です。同じように考えると, 以下のようにまとめられるので, $100 \times 2 + 10 \times 2 + 5 + 1 = 226$ (個) です。

もとの数	立方数 Δ	1000 以下の整数
1, 2	1, 8	$10 \times \square + \Delta$, $\square = 0 \sim 99$
3, 4	27, 64	$100 \times \square + \Delta$, $\square = 0 \sim 9$
5, 6, 7, 8, 9	125, 216, 343, 512, 729	Δ
10	1000	Δ

(2) もとの数が偶数の場合に, 立方数も下何けたかが立方数である数も偶数になるので, もとの数が 2, 4, 6, 8, 10 の場合の, $100 + 10 + 1 \times 3 = 113$ (個) です。

(3) 8 で割って 7 あまる数は奇数なので, もとの数が奇数である数だけを考えます。

もとの数が 1 の場合

1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, ... を 8 で割ったあまりは, 1, 3, 5, 7, 1, 3, 5, 7, 1, ... という 4 個ごとのくり返しになります。というのも, $10 \times 4 = 40$ が 10 を何倍かして 8 で割り切れる最小の数なので, 10 を 4 個加えるたびにあまりは同じになるからです。 $100 \div 4 = 25$ より, 25 個です。

もとの数が 3 の場合

27, 127, 227, 327, 427, ... を 8 で割ったあまりは, 3, 7, 3, 7, 3, ... という 2 個ごとのくり返しになります。というのも, $100 \times 2 = 200$ が 100 を何倍かして 8 で割り切れる最小の数なので, 100 を 2 個加えるたびにあまりは同じになるからです。 $10 \div 2 = 5$ より, 5 個です。

もとの数が 5 の場合

$125 \div 8 = 15$ あまり 5 より, 条件を満たしません。

もとの数が 7 の場合

$343 \div 8 = 42$ あまり 7 より, 1 個です。

もとの数が 9 の場合

$729 \div 8 = 91$ あまり 1 より, 条件を満たしません。

以上より, $25 + 5 + 1 = 31$ (個) です。