

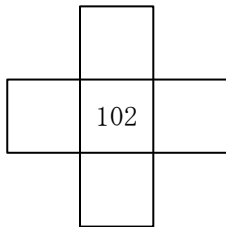
最難関問題

四角数の数表と奇数・偶数

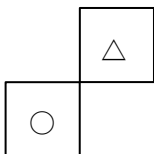
あるきまりにしたがって、整数を以下のように表に書いていきます。表は十分に大きいものとしします。

1	4	9	16	25	•••
3	2	7	14	23	
8	6	5	12	21	
15	13	11	10	19	
24	22	20	18	17	
•					•
•					•
•					•

- (1) 表の一部分を書き抜いたところ、中央のマスには102が書いてありました。残りの部分に正しく整数を書き入れなさい。



- (2) 表の一部分を書き抜いたところ、○と△の差は80でした。○と△にあてはまる整数を答えなさい。





最難関問題

四角数の数表と奇数・偶数 (1)

	82	
104	102	101
	125	

(2) $\bigcirc = 1525, \triangle = 1445$

(1) 図1のように表の一番上の行は平方数が並び、1のマスから右斜め下に連なるマスには平方数より1大きい整数が並んでいます。102の直前の平方数である100と、100の前後の平方数である81, 121に注目すると、図2のようになります。よって、102のまわりのマスに書かれた整数は図3のようになります。

図1

1	4	9	16	25	...
3	2	7	14	23	
8	6	5	12	21	
15	13	11	10	19	
24	22	20	18	17	

平方数
平方数+1

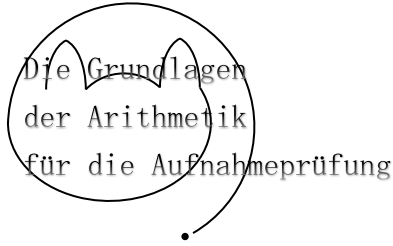
図2

81	100	121	
•	•	•	
•	•	•	
•	82		
104	102	101	
	125	123	122

平方数
平方数+1

図3

	82	
104	102	101
	125	



最難関問題

(2) ○と△の差が偶数であるということは、○と△がともに偶数であるか奇数であるかのいずれかです。数表においてこの条件を満たす場所は限られています。平方数は順に奇数・偶数・奇数・偶数…と入れ違いになるので、平方数+1も偶数・奇数・偶数・奇数…と入れ違いになります。平方数+1が奇数の場合、そのマスの真上にあるすべてのマスは奇数に、左にあるすべてのマスは偶数になります。平方数+1が偶数の場合はその逆が成り立ちます。よって、数表の中の奇数と偶数の並びは図4のようになります。

図4 (白いマスは奇数, 影をつけたマスは偶数をあらわす)

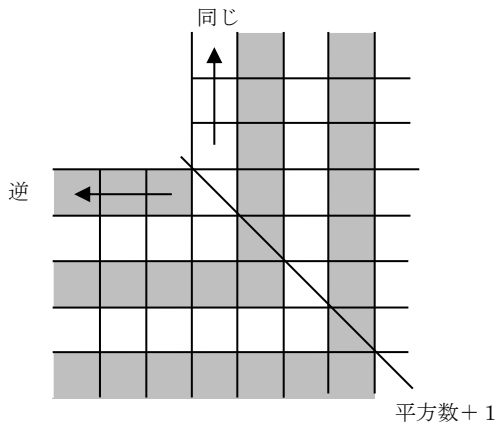


図4から、○と△がともに奇数か偶数になるのは、△が平方数+1の場合のみであることがわかります。△=□×□+1のとき、左下の○=(□+1)×(□+1)+4です。よって、□×□と(□+1)×(□+1)の差は80-(4-1)=77です。

平方数を順に並べると1, 4, 9, 16, 25, …となり、となりあう平方数の差は3, 5, 7, 9, …と3から始まる奇数の列になります。この奇数の列において77は1+(77-3)÷2=38(番目)ですから、38番目の平方数である38×38=1444と次の平方数である39×39=1521の差にあたります。

以上より、△=1444+1=1445, ○=1521+4=1525です。