受験算数の基礎

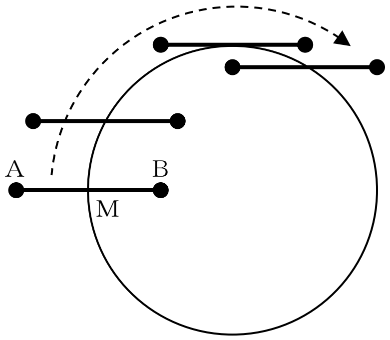
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

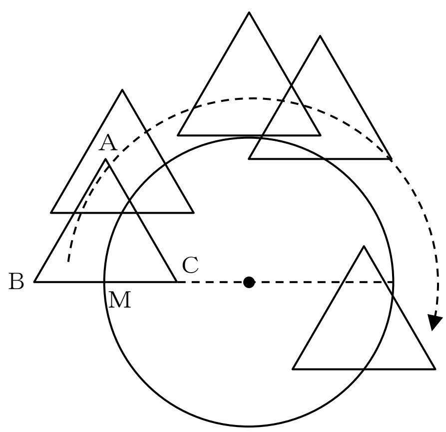
円周上の平行移動

次の問いに答えなさい。円周率は３.１４，１辺の長さが１㎝の正三角形の面積は０.４３㎠とします。

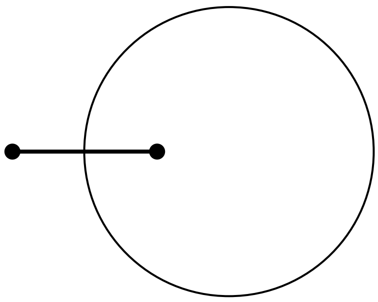
（１）半径６㎝の円と長さ６㎝の線分（まっすぐな線）ＡＢがあります。ＡＢの中点Ｍが常に円周上にあるようにしながら，線分ＡＢの向きを変えずに円を一周させます。このときに線分ＡＢが動いたあとの図形の周（まわ）りの長さと，面積をそれぞれ求めなさい。なお，内側が空（あ）いた図形の場合，周りの長さには外周（がいしゅう）と内周（ないしゅう）の両方が含まれます。必要であれば２枚目の紙を用いなさい。

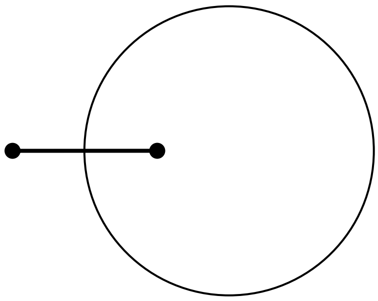


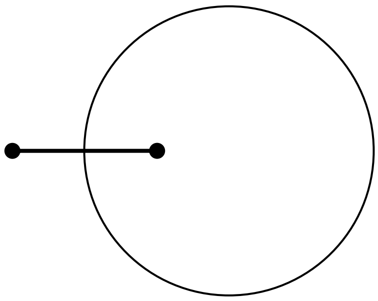
（２）半径６㎝の円と一辺６㎝の正三角形ＡＢＣがあります。図のようにＢＣの中点Ｍが円周上にあり，ＭＣと円の直径がぴったり重なるように正三角形ＡＢＣを円に重ねます。そして，正三角形ＡＢＣの向きを変えることなく，中点Ｍが常に円周上にあるようにしながら，円を一周させます。このときに正三角形ＡＢＣが動いたあとの図形の周りの長さと，面積をそれぞれ求めなさい。なお，内側が空いた図形の場合，周りの長さには外周と内周の両方が含まれます。必要であれば２枚目の紙を用いなさい。

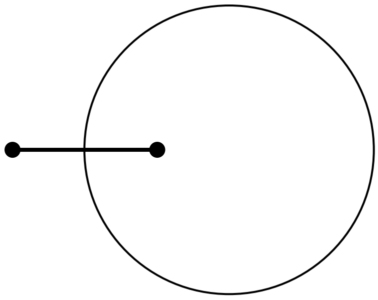


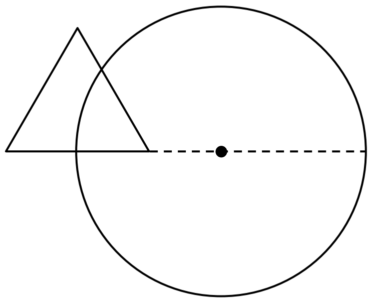
最難関問題

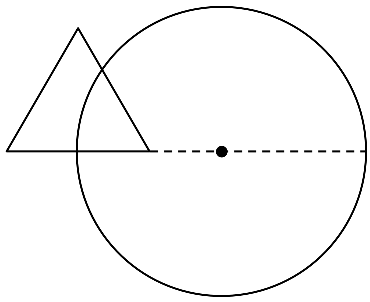












最難関問題

円周上の平行移動　（１）長さ…７４.８㎝，面積…１４０.６４㎝^{2}

（２）長さ…７５.０８㎝，面積…２０７.６㎝^{2}

（１）線分ＡＢの動きを整理するために，図１のように１辺６㎝の正三角形６個を組み合わせた正六角形を円の内部にかきこみます。図１に動いている途中の線分ＡＢを書き込むと，図２のようになります。線分ＡＢは向きを変えることのない平行移動をしているので，点Ａ，Ｂともに動いたあとは図３のように半径６㎝の円になります。ただし，点Ａが動いたあとの円は元の円よりも中心が左に３㎝ずれ，点Ｂが動いたあとの円は元の円よりも中心が右に３㎝ずれています。こうして，線分ＡＢが動いたあとは，図４の影をつけた部分であることがわかります。

図１

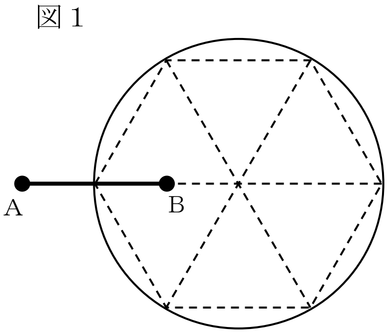


図２

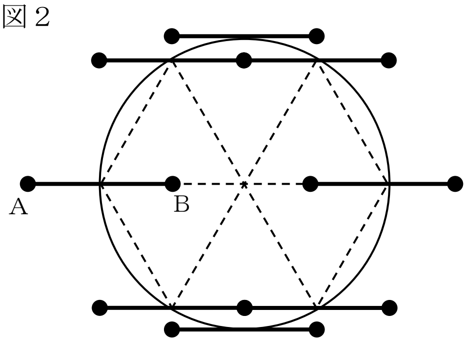


図３

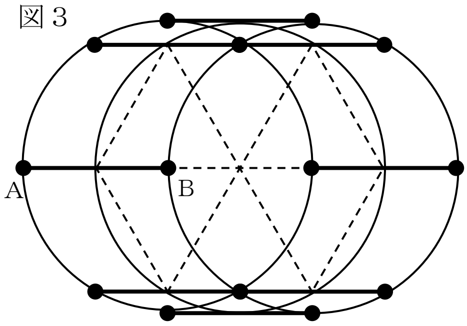
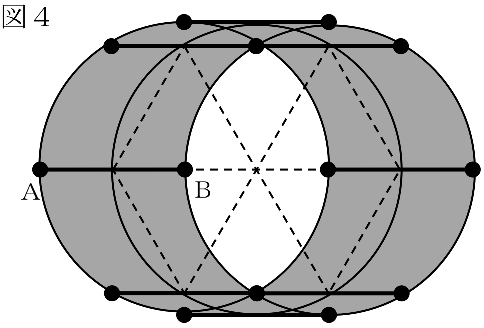


図４



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

周りの長さ

・図５の太線の部分…あわせて半径６㎝の円の円周となりますから，６×２×３.１４＝１２×３.１４（㎝）です。

・図６の太線の部分…それぞれが半径６㎝で中心角が１２０度のおうぎ形の弧にあたりますから，$6\times2\times3.14\times\frac{120}{360}\times2=8\times3.14$（㎝）です。

・直線部分…上下合わせて６×２＝１２（㎝）です。

以上より，（１２＋８）×３.１４＋１２＝７４.８（㎝）です。

図５

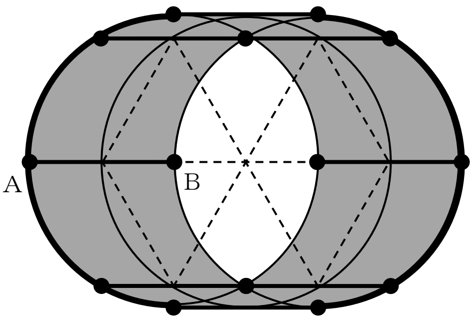
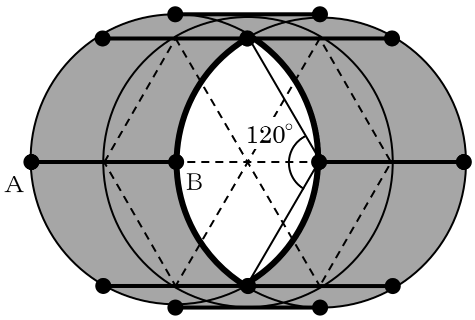


図６



面積

図７と図８の影をつけた部分に分けて考えます。

・図７の影をつけた部分…底辺６㎝，高さ１２㎝の平行四辺形の面積と同じです。よって，６×１２＝７２（cm^2）です。

・図８の影をつけた部分…半径６㎝の円の面積から斜線部分の面積を引きます。斜線部分は半径６㎝で中心角１２０度のおうぎ形を２つ重ね，重なりあった部分が１辺６㎝の正三角形２つとなっている図形ですから，$6\times6\times3.14\times\frac{120}{360}\times2-0.43\times6\times6\times2=24\times3.14-30.96$（$cm^2$）です。よって影をつけた部分は，６×６×３.１４－（２４×３.１４－３０.９６）＝１２×３.１４＋３０.９６＝６８.６４（cm^2）です。

以上より，７２＋６８.６４＝１４０.６４（cm^2）です。

図７

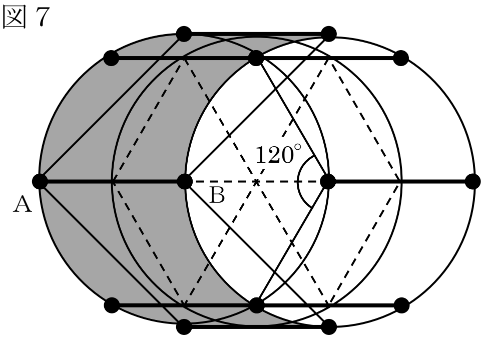
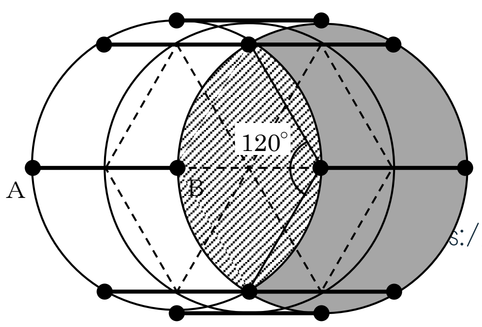


図８



最難関問題

（２）（１）と同じく１辺６cmの正三角形６個を組み合わせた正六角形を円の内部にかきこむと，図１のようになります。図１に動いている途中の正三角形ＡＢＣを書き込むと，図２，図３のようになります。正三角形ＡＢＣは向きを変えることのない平行移動をしているので，頂点Ａ，Ｂ，Ｃともに動いたあとは図４のように半径６cmの円になります。こうして，正三角形ＡＢＣが動いたあとは，図５の影をつけた部分であることがわかります。

図１

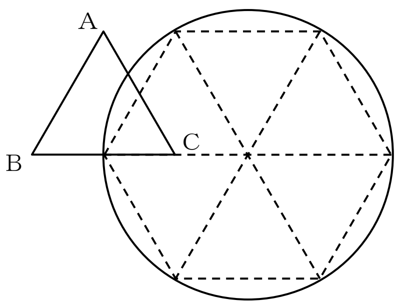


図２

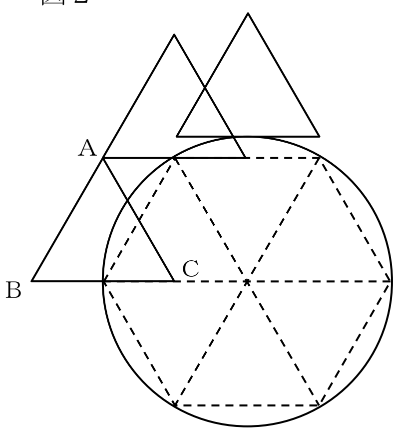


図３

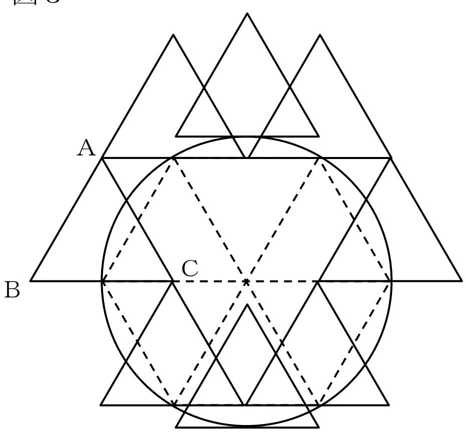


図４

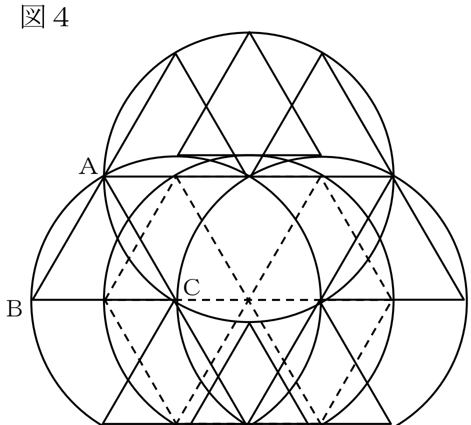
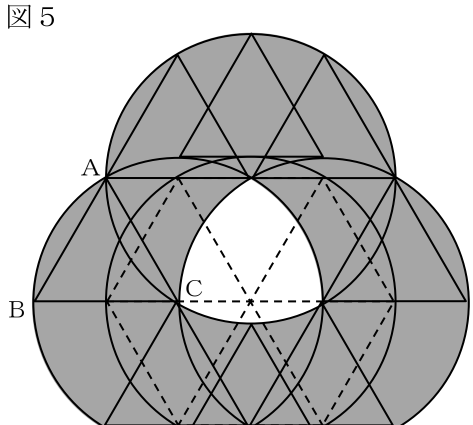


図５



最難関問題

周りの長さ

・図６の太線の部分…それぞれが半径６cm，中心角１５０度のおうぎ形の弧にあたりますから，

$$6\times2\times3.14\times\frac{150}{360}\times2=10\times3.14\ (\text{cm})$$ です。

・図７の太線の部分…半径６cmの半円の弧と，６cmの線分ですから，

$$6\times2\times3.14\times\frac{180}{360}+6=6\times3.14+6\ (\text{cm})$$ です。

・図８の太線の部分…それぞれが半径６cm，中心角６０度のおうぎ形の弧にあたりますから，

$$6\times2\times3.14\times\frac{60}{360}\times3=6\times3.14\ (\text{cm})$$ です。

以上より，（１０＋６＋６）×３.１４＋６＝７５.０８（cm）です。

図６

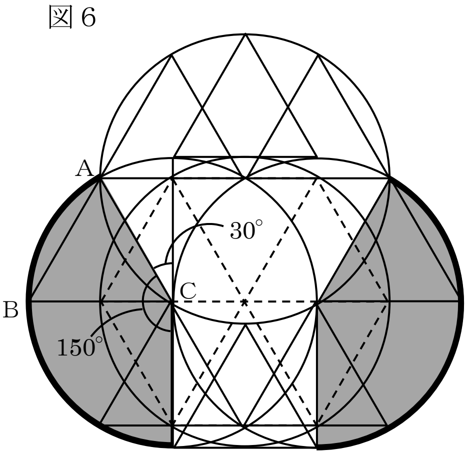


図７

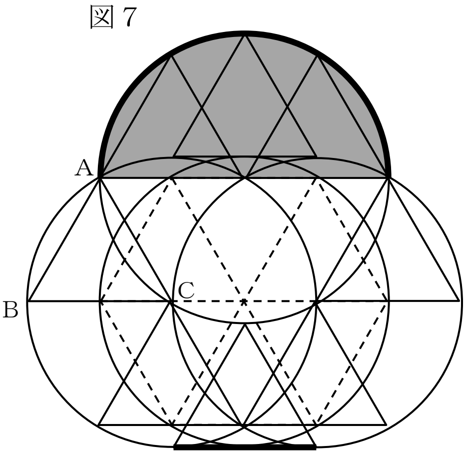
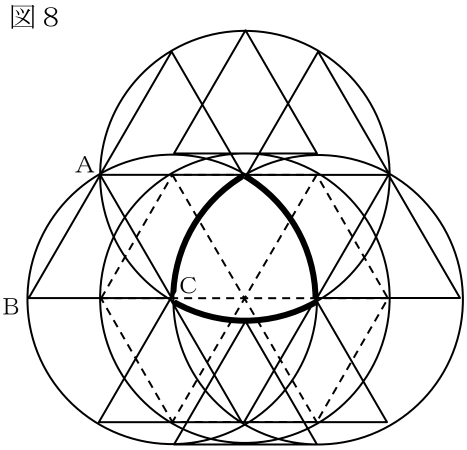


図８



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

面積

図９，１０，１１の影をつけた部分に分けて考えます。

・図９の影をつけた部分…半径６㎝の半円ですから，６×６×３.１４×$\frac{180}{360}$＝１８×３.１４（㎠）です。

・図１０の影をつけた部分…６㎝の線分を平行移動させた図形として考えます。１辺が１㎝の正三角形の高さは０.４３×２÷１＝０.８６（㎝）ですから，正三角形ＡＢＣの高さは０.８６×６＝5.１６（㎝）です。よって，底辺が６㎝で高さが5.１６＋６＝１１.１６（㎝）の平行四辺形の面積を求めて，６×１１.１６＝６６.９６（㎠）です。

・図１１の影をつけた部分…半径６㎝の円の面積から斜線部分の面積を引きます。斜線部分の面積は半径６㎝で中心角６０度のおうぎ形４つの面積から，１辺６㎝の正三角形３つの面積を引けばよいので，６×６×３.１４×$\frac{60}{360}$×４－０.４３×６×６×３
＝２４×３.１４－４６.４４（㎠）です。
よって，影をつけた部分の面積は，
６×６×３.１４－（２４×３.１４－４６.４４）
＝１２×３.１４＋４６.４４（㎠）です。

以上より，（１８＋１２）×３.１４＋６６.９６＋４６.４４＝２０７.６（㎠）です。

図 9

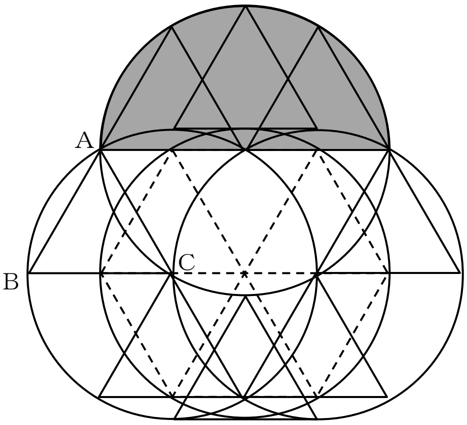


図 10

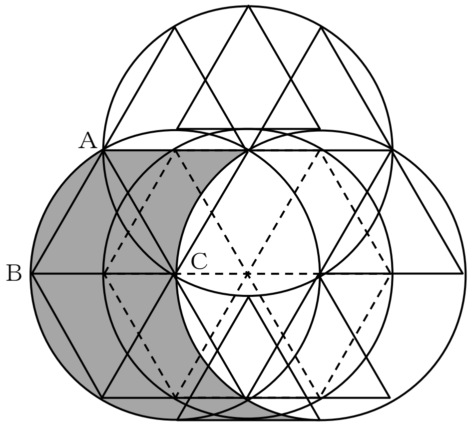


図 11