受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

各位の数の計算・最大

０が現れない整数ａについて，［ａ］をａの各位の数の間に＋－×÷のいずれかを入れてできた式を計算した答えのうち，最も大きいものとします。たとえば，
［１２２］＝１＋２×２＝５，［５１５］＝５×１×５＝２５です。

（１）［１２３］，［２１１２１２］を計算しなさい。

（２）［ａ］＝６となるような整数ａは全部で何個ありますか。

（３）［ａ］＝９となるような整数ａは全部で何個ありますか。

（４）［ａ］＝２７となるような整数ａのうち，小さいほうから５０番目のものを答えなさい。

各位の数の計算・最大

（１）［１２３］＝７，［２１１２１２］＝９　（２）２６通り

（３）１２０通り　（４）１１２２６１

（１）［１２３］＝１＋２×３＝７，［２１１２１２］＝２＋１＋１＋２＋１＋２＝９です。

（２）桁ごとに考えると，次のようになります。

１けた

６の１通り

２けた

１５…並びかえて２通り，２３…２通り。よって，２×２＝４（通り）

３けた

１１４…３通り，２１３…２１３と３１２で２通り。１２３などは１＋２×３＝７となるので，のぞきます。よって，３＋２＝５（通り）

４けた

１１１３…４通り，２２１１…どのように並びかえてもよいので，$\frac{4\times3}{2\times1}$＝６（通り）。

よって，４＋６＝１０（通り）

５けた

１１１１２…５通り

６けた

１１１１１１…１通り

以上より，１×２＋４＋５×２＋１０＝２６（通り）です。

最難関問題

（３）今度は，桁ではなく各位に現れる１以外の数に注目をして場合分けをしてみます。積が９以下となる２以上の整数の組み合わせは，

９＝３×３，８＝２×４＝２×２×２，６＝２×３，４＝２×２です。

３×３＝９

３□３の□に１が０～３個入れば［３□３］＝９となるので，４通りです。

２×４＝８

２□４ １の□に１が０～２個入ればよいので，□が３通り，２と４の並びかえで２通り，２□４と１の並びかえで２通りより，３×２×２＝１２（通り）です。

また，２１１１４の場合はかけ算を用いずに，２＋１＋１＋１＋４＝９となるので，２と４を並びかえて２通りです。

よって，１２＋２＝１４（通り）です。

２×２×２＝８

２□２□２ １の２つの□に１があわせて０～２個入ればよいので，

（０，０）…1通り，（０，１）…２通り，（１，１）…1通り，（０，２）…２通りより，

１×２＋２×２＝６（通り）です。また，２□２□２と１のならびかえで２通りなので，

６×２＝１２（通り）です。

また，２１２１１１２のような場合は，たし算だけで９となるので，２□２□２の２つの□に１があわせて３個入ればよいので，

（０，３）…２通り，（１，２）…２通りより２×２＝４（通り）です。

よって，１２＋４＝１６（通り）です。

２×３＝６

２□３ １１１の□に１が０～１個入ればよいので，□が２通り，２と３の並びかえで２通り，２□３と１１１の並びかえで４通りより，２×２×４＝１６（通り）です。

また，１２１１３１のような場合は，たし算だけで９となります。このような場合，

□２△３□の△に２が２個以上，△と２つの□に１があわせて４個入ればよいので，

（△，□，□）＝（２，２，０）…２通り，（２，１，１）…１通り，（３，１，０）…２通り，

（４，０，０）…１通りより，２×２＋１×２＝６（通り）です。また，２と３の並びかえが２通りなので，６×２＝１２（通り）です。

よって，１６＋１２＝２８（通り）です。

２×２＝４

　［２１２１１］＝２＋１＋２＋１＋１＝７となるように，そもそも２を２個と１を混ぜる場合にはたし算によって計算の答えが最大となります。よって，２を２個と１を５個並びかえて，

$\frac{7\times6}{2\times1}$＝２１（通り）です。

　次に，［１１６１］＝１＋１＋６＋１＝９のように，１以外の整数が多くても１個しか現れない場合を考えます。
９…１通り，１８…２通り，１１７…３通り，１１１６…４通り，１１１１５…５通り，
１１１１１４…６通り，１１１１１１３…７通り，１１１１１１１２…８通り，
１１１１１１１１１…１通りとなって，１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＋８＋１＝３７（通り）です。

以上をすべて加えて，４＋１４＋１６＋２８＋２１＋３７＝１２０（通り）です。

（４）［ａ］＝２７となる2けたのａは，２７＝３×９より，３９と９３の２つですから，小さいほうから１番目のａは３９，２番目は９３です。このように，積が２７以下となる組み合わせを並びかえていきます。
〇２７…３×９，３×３×３
〇２５…５×５
〇２４…３×８，４×６，２×２×６，２×３×４，２×２×２×３
〇２１…３×７
…

２けた…２通り
　３９…並びかえて２通り
３けた…３通り
　３１９…３と９を並びかえて２通り，３３３…１通り。
４けた…７通り
　３□９…□に１１を入れ，３と９を並びかえて２通り
　３□３□３…□の一方に１を入れて，２通り
　５５１１…５５，１，１を並びかえて３通り

最難関問題

５けた…２４通り

３□９…□に１１１を入れ，３と９を並びかえて２通り

３□３□３…□に１をあわせて２個入れるので，（２，０）…２通り，（１，１）…１通り，
あわせて３通り

５１５１１…５１５，１，１を並びかえて３通り

３８１１１…３８，１，１，１を並びかえて４通り，３と８を入れかえて２通りなので，
４×２＝８（通り）

４６１１１…３８１１１の場合と同じで８通り

ここまでで，２＋３＋７＋２４＝３６（通り）あります。よって，６桁の整数のうちで小さいほうから５０－３６＝１４（番目）のものを求めます。

６けた

３□９…□に１１１１を入れ，３と９を並びかえる

３□３□３…□に１をあわせて３個入れる

５１１５１１…５１１５，１，１を並びかえる

３１８１１１…３１８，１，１，１を並びかえ，３と８を入れかえる

４１６１１１…４１６，１，１，１を並びかえ，４と６を入れかえる

２２６１１１…２２６，１，１，１を並びかえ，２，２，６を入れかえる

２３４１１１…２３４，１，１，１を並びかえ，２，３，４を入れかえる

以上のうちで１１１□□□の形になるのは，

３１８１１１の並びかえで２通り，４１６１１１の並びかえで２通り，

２２６１１１の並びかえで３通り，２３４１１１の並びかえで６通り，あわせて１３通りです。

よって，小さいほうから１４番目は１１□□□□の形の最も小さいものですから，１１２２６１です。