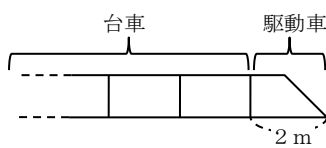


最難関問題

列車の長さ重量

ある大農園では、作物を運ぶために小さな列車を何本か使っています。図のように、先頭には長さ2 mの駆動車を置き、それに台車をつなげます。駆動車は秒速6 mの速さで進みますが、台車を1両つなぐごとに速さは毎秒0.2 mずつ遅くなります。



以下の問いにおいて、駆動車と台車、台車と台車の間の連結部の長さは考えません。また、台車1両あたりの長さはすべて等しく、台車にのせた荷物の重さは考えないこととします。

- (1) 列車AとBはすれ違うのに $8\frac{4}{5}$ 秒かかります。また、列車Aが列車Bを追いこすのに $13\frac{1}{3}$ 秒かかります。このとき、列車A、Bの台車はそれぞれ何両ですか。また、台車1両の長さは何mですか。
- (2) 列車CとDはすれ違うのに $2\frac{1}{18}$ 秒かかります。列車CとDの台車の数は、あわせて何両ですか。



最難関問題

列車の長さ重量 (1) 列車A…6両, 列車B…25両 台車の長さ…1.5 m (2) 15両

(1) 列車AとBがすれ違うのにかかる時間と列車AがBを追いこすのにかかる時間の比は,

$$8\frac{4}{5} : 13\frac{1}{3} = 19 : 29 \text{ です。よって,}$$

(列車Aの速さ+列車Bの速さ):(列車Aの速さ-列車Bの速さ) = 29 : 19です。和差算により,
(列車Aの速さ):(列車Bの速さ) = 24 : 5となります。

ここで、台車の両数と速さの比の関係を考えます。列車の速さは台車を増やしていくと毎秒0.2 m ずつ遅くなるので、以下の表が成り立ちます。

台車(両)	0	1	2	3	4	...	28	29
速さ(m/秒)	6	5.8	5.6	5.4	5.2	...	0.4	0.2
速さの比	30	29	28	27	26	...	2	1

このように、速さの比は30 : 29 : 28 : 27 : ... : 2 : 1となります。列車AとBの速さは24 : 5ですが、24 : 5 = 48 : 10 = 72 : 15 = ... という比の中で条件にあうのは24 : 5の場合のみですから、列車Aの台車は30 - 24 = 6 (両)、列車Bの台車は30 - 5 = 25 (両)とわかります。

次に、台車の長さを考えます。列車Aの速さは6 - 0.2 × 6 = 4.8より毎秒4.8 m、列車Bの速さは6 - 0.2 × 25 = 1より毎秒1 mですから、 $(4.8 + 1) \times 8\frac{4}{5} = 50.5$ より、列車AとBの長さの和は50.5 mです。列車AとBの駆動車2両で2 × 2 = 4 (m) ありますから、台車1両当たりの長さは(50.5 - 4) ÷ (6 + 25) = 1.5 (m) です。

(2) (列車CとDの長さの和) ÷ (列車CとDの速さの和) = $2\frac{17}{18} = \frac{53}{18}$ です。列車CとDの台車の数

があわせて□両あるとすると、

$$\begin{aligned} & (\text{列車CとDの長さの和}) \div (\text{列車CとDの速さの和}) \\ &= (2 \times 2 + 1.5 \times \square) \div (6 \times 2 - 0.2 \times \square) \text{ です。} \end{aligned}$$

$$\frac{2 \times 2 + 1.5 \times \square}{6 \times 2 - 0.2 \times \square} = \frac{53}{18} \text{ より,}$$

$$(4 + 1.5 \times \square) : (12 - 0.2 \times \square) = 53 : 18 \text{ ですから,}$$

$$(4 + 1.5 \times \square) \times 18 = (12 - 0.2 \times \square) \times 53,$$

$$72 + 27 \times \square = 636 - 10.6 \times \square,$$

$$37.6 \times \square = 564, \quad \square = 564 \div 37.6 = 15 \text{ より, 台車はあわせて15両です。}$$