受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

# 最難関問題

２×…×２／５×…×５

$\frac{4}{125}$のように，分子が２をいくつかかけ合わせた数，分母が５をいくつかかけ合わせた数である真分数を小数にします。

$\frac{4}{125}=\frac{2\times2}{5\times5\times5}=\frac{2\times2\times2\times2\times2}{5\times5\times5\times2\times2\times2}=\frac{32}{1000}$より，$\frac{4}{125}=0.032$，

$\frac{16}{25}=\frac{2\times2\times2\times2}{5\times5}=\frac{2\times2\times2\times2\times2\times2}{5\times5\times2\times2}=\frac{64}{100}$より，$\frac{16}{25}=0.64$です。

このとき，小数点以下で初めて０以外の数が現れたところから並ぶ数を，【】で表します。

例えば，【$\frac{4}{125}$】＝３２，【$\frac{16}{25}$】＝６４です。

（１）【$\frac{\square}{625}$】の値として考えられる整数のうち最も大きいものは，２を何個かけ合わせた数ですか。

５を３個かけ合わせた数である１２５以下で最大の２をかけ合わせてできる整数は，２を６個かけ合わせた数である６４です。このように，５を○個かけ合わせた数以下で最大の２を△個かけ合わせた数について，△と○の関係を表にまとめると，次のようになります。

| △ | 2 | 4 | 6 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 20 | 23 | 25 | 27 | 30 | 32 | 34 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | … |

（２）【$\frac{\square}{5\times\ldots\times5}$】の値が２を４１個かけ合わせた整数になるとき，分母の５×…×５は，最も少なくて５を何個かけ合わせていますか。必要であれば上の表を利用して求めなさい。

# 最難関問題

２×…×２／５×…×５　（１）１３個　（２）１３個

（１）６２５＝５×５×５×５で，２をかけ合わせてできる６２５以下の最大の整数は，

５１２＝$\underbrace{2\times\cdots\times 2}_{9\text{個}}$です。

$$\frac{512}{625}=\frac{\overbrace{2\times\dots\times 2}^{9\text{個}}}{\underbrace{5\times\dots\times 5}_{4\text{個}}}=\frac{\overbrace{2\times\dots\times 2}^{13\text{個}}}{\underbrace{5\times\dots\times 5}_{4\text{個}}\times\underbrace{2\times\dots\times 2}_{4\text{個}}}=\frac{\overbrace{2\times\dots\times 2}^{13\text{個}}}{\underbrace{10\times\dots\times 10}_{4\text{個}}}$$

となるので，１３個です。

（２）例及び（１）から，

$$\frac{\overbrace{2\times\dots\times 2}^{\triangle\text{個}}}{\underbrace{5\times\dots\times 5}_{\bigcirc\text{個}}}=\frac{\overbrace{2\times\dots\times 2}^{\triangle+\bigcirc\text{個}}}{\underbrace{5\times\dots\times 5}_{\bigcirc\text{個}}\times\underbrace{2\times\dots\times 2}_{\bigcirc\text{個}}}=\frac{\overbrace{2\times\dots\times 2}^{\triangle+\bigcirc\text{個}}}{\underbrace{10\times\dots\times 10}_{\bigcirc\text{個}}}$$

となることがわかります。△＋○＝４１で，真分数であるという条件から，

$\underbrace{2\times\cdots\times 2}_{\triangle\text{個}}<\underbrace{5\times\cdots\times 5}_{\bigcirc\text{個}}$となればよいので，条件を満たす△と○の組み合わせで

○が最小となるのは，与えられた表より，（△，○）＝（２８，１３）の場合です。

よって，１３個です。