

各位の数の和

次の式を計算した答えの各位の数の和を求めなさい。例えば、 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$ という式を計算した答えは21なので、各位の数の和は $2 + 1 = 3$ となります。

$$(1) 1 + 10 + 100 + 1000 + \dots + \underbrace{10000\dots0}_{773\text{個}}$$

$$(2) (7 + 70 + 700 + 7000 + \dots + \underbrace{70000\dots0}_{773\text{個}}) \div 9$$

$$(3) 7 + 77 + 777 + 7777 + \dots + \underbrace{77777\dots7}_{773\text{個}}$$



各位の数の和 (1) 774 (2) 3798 (3) 3790

$$(1) 1 + 10 + 100 + 1000 + \dots + \underbrace{10000\dots0}_{773\text{個}} = \underbrace{11111\dots1}_{774\text{個}}$$

となるので、 $1 \times 774 = 774$ です。

(2) $11111\dots1$ と1が続く数を9で割ると、

$\boxed{12345679} \boxed{012345679} \boxed{012345679} \dots$ と、 $\boxed{012345679}$ をくり返します。はじめの $\boxed{12345679}$ の前にも0がかくれていると考え、 $\boxed{012345679}$ は $774 \div 9 = 86$ (回) くり返されます。ここで、 $\boxed{012345679}$ を7倍すると、 $\boxed{086419753}$ になります。よって、

$$(7 + 70 + 700 + 7000 + \dots + \underbrace{70000\dots0}_{773\text{個}}) \div 9$$

$$= \underbrace{11111\dots1}_{774\text{個}} \times 7 \div 9 = \underbrace{11111\dots1}_{774\text{個}} \div 9 \times 7$$

$$= \boxed{86419753} \boxed{086419753} \dots \boxed{086419753}$$

86回

となります。 $0 + 8 + 6 + 4 + 1 + 9 + 7 + 5 + 3 = 43$ であることから、 $43 \times 86 = 3798$ です。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

(3) $7 + 77 + 777 + 7777 + \dots + \underbrace{77777\dots7}_{773\text{個}}$ に $\frac{7}{9}$ を 774 個加えて、

$$\frac{7}{9} + 7\frac{7}{9} + 77\frac{7}{9} + 777\frac{7}{9} + 7777\frac{7}{9} + \dots + \underbrace{77777\dots7}_{773\text{個}}\frac{7}{9}$$

という式にします。

帯分数を仮分数にすると、

$$\frac{7}{9} + \frac{70}{9} + \frac{700}{9} + \frac{7000}{9} + \frac{70000}{9} + \dots + \frac{\overbrace{70000\dots0}^{773\text{個}}}{9}$$

$$= \frac{\overbrace{77777\dots7}^{774\text{個}}}{9} = \underbrace{\boxed{86419753} \boxed{086419753} \dots \boxed{086419753}}_{86\text{回}}$$

となります。また、 $\frac{7}{9} \times 774 = 602$ なので、

$$\underbrace{\boxed{86419753} \boxed{086419753} \dots \boxed{086419753}}_{86\text{回}} - 602$$

$$= \underbrace{\boxed{86419753} \boxed{086419753} \dots \boxed{086419753}}_{85\text{回}} \boxed{086419151}$$

となって、各位の数の和は (2) より $6 + 0 + 2 = 8$ 減るので、 $3798 - 8 = 3790$ です。