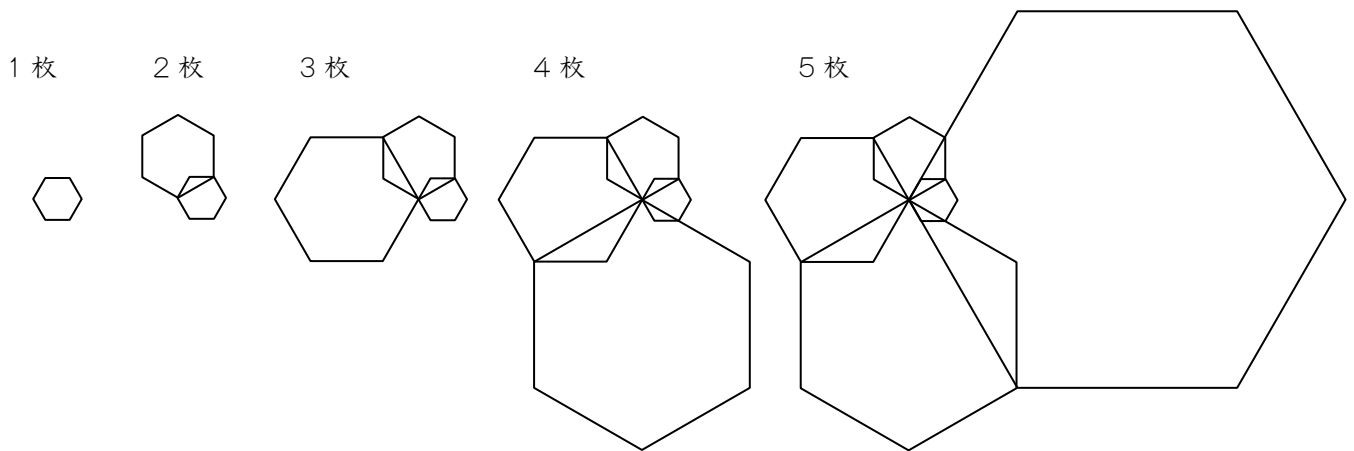


## 最難関問題

### 正六角形の花弁

下の図のように、正六角形のフィルムを重ねていき、花びらのような図形を作っていきます。1枚目のフィルムの面積は $6\text{ cm}^2$ です。

以下の問いに答えなさい。



- (1) フィルムを4枚重ねてできる図形の面積を求めなさい。
- (2) 図形の面積が $50000\text{ cm}^2$ をはじめてこえるのは、何枚のフィルムを重ねたときですか。
- (3) フィルムを8枚重ねてできる図形において、フィルムが重なっていない部分の面積を求めなさい。
- (4) フィルムを11枚重ねてできる図形において、フィルムが重なっていない部分の面積を求めなさい。

最難関問題

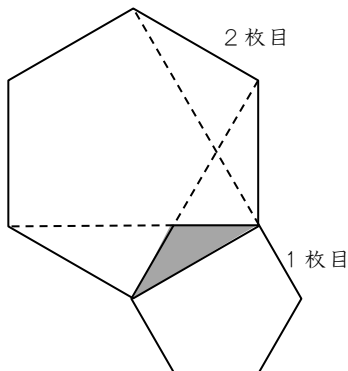
正六角形の花弁 (1)  $226 \text{ cm}^2$  (2) 9枚 (3)  $17012 \text{ cm}^2$  (4)  $459324 \text{ cm}^2$

(1) 図①の影をつけた部分の面積は、1枚目の正六角形の $\frac{1}{6}$ で、2枚目の正六角形の $\frac{1}{18}$ ですから、2枚目の正六角形の面積は1枚目の正六角形の面積の3倍です。このように、正六角形の面積は毎回3倍されます。

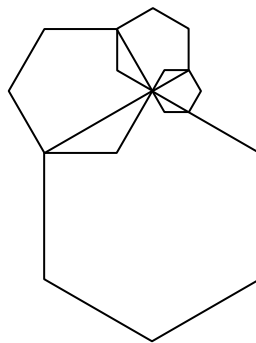
図②において4枚の正六角形の面積の和は $6 \times (1 + 3 + 9 + 27) = 240 \text{ (cm}^2\text{)}$ で、重なり合う部分は、1枚目の $\frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$ 、2枚目の $\frac{1}{6}$ 、3枚目の $\frac{1}{6}$ なので、

$6 \times \frac{1}{3} + 6 \times (3 + 9) \times \frac{1}{6} = 14 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。よって、フィルムを4枚重ねてできる図形の面積は、 $240 - 14 = 226 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

図①



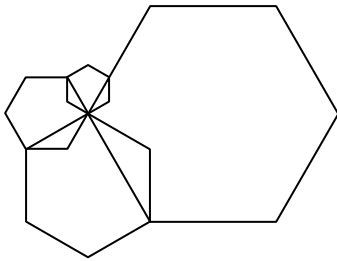
図②



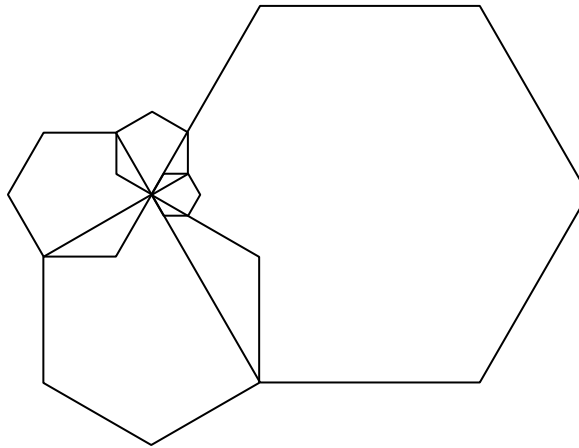
## 最難関問題

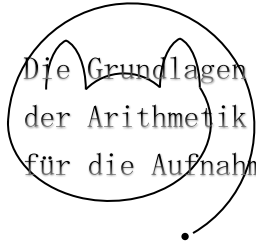
(2) 図③は4枚重ねた図形を左に90度回転させたもので、図④は5枚重ねた図形です。図④の図形は図③の図形の相似形です。このように、4枚目以降は図形全体としてはすべて相似になります。よって、その面積は毎回1つ前の図形の3倍になります。 $50000 \div 226 = 221 \dots$ ですから、 $3 \times 3 \times 3 = 81$ 、 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$ より、243倍したときにはじめて  $50000 \text{ cm}^2$  をこえます。よって、 $4 + 5 = 9$  (枚) です。

図③



図④



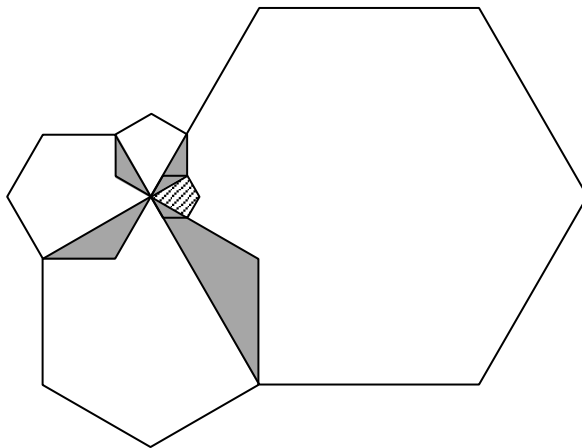


## 最難関問題

(3) 5枚重ねた図形において、2枚以上フィルムが重なっている部分は、図⑤の影をつけた部分と斜線部分です。影をつけた部分は、2～5枚目のフィルム、つまり直近4枚のフィルムどうしが重なりあっている部分です。その面積は、直近4枚のフィルムの面積の和から、図形全体の面積を引くことで求められます。

斜線部分は5枚目と1枚目のフィルムが重なっている部分、つまりは「同じ位置」にあるフィルムが重なっている部分で、1枚目のフィルムの $\frac{2}{3}$ の面積です。

図⑤



以上より、8枚重ねた図形においてフィルムが重なっていない部分の面積は、次のように求められます。まず、5～8枚目のフィルムの面積の和は、1～4枚目のフィルムの面積の和の $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$  (倍)なので、 $6 \times (1 + 3 + 9 + 27) \times 81 = 240 \times 81$  (cm<sup>2</sup>)です。8枚重ねた図形全体の面積は、 $226 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 226 \times 81$  (cm<sup>2</sup>)なので、その差を求めて、5～8枚目のフィルムどうしが重なりあう部分の面積は、 $(240 - 226) \times 81 = 14 \times 81$  (cm<sup>2</sup>)です。また、1～4枚目のフィルムと5～8枚目のフィルムの重なる部分の面積は、1～4枚目のフィルムの面積の $\frac{2}{3}$ なので、 $6 \times (1 + 3 + 9 + 27) \times \frac{2}{3} = 160$  (cm<sup>2</sup>)です。

よって、 $226 \times 81 - 14 \times 81 - 160 = 17012$  (cm<sup>2</sup>)です。

(4) 以降も同様となるので、 $17012 \times 3 \times 3 \times 3 = 459324$  (cm<sup>2</sup>)です。