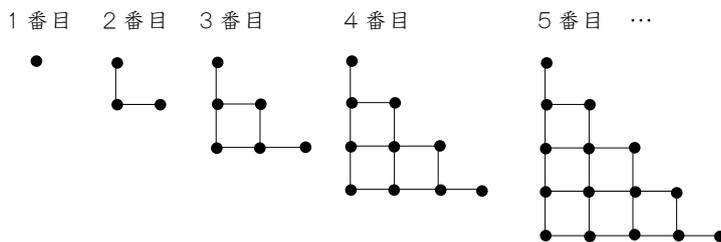


最難関問題

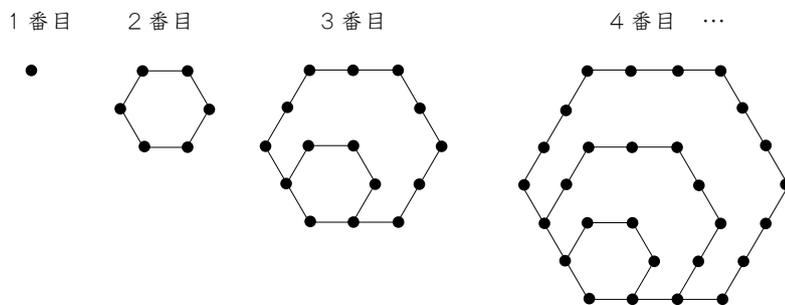
三角数と六角数

下の図のきまりにしたがって並ぶご石の数を、三角数といいます。1番目の三角数は1，2番目の三角数は3，3番目の三角数は6です。



(1) となりあう三角数の和が169になりました。何番目と何番目の三角数を加えましたか。

次に、下の図のきまりにしたがって並ぶご石の数を、六角数といいます。1番目の六角数は1，2番目の六角数は6，3番目の六角数は15です。



(2) 5番目の六角数を求めなさい。

(3) 71番目の三角数は、何番目の六角数と等しいですか。

(4) となりあう六角数の和が40201になりました。何番目と何番目の六角数を加えましたか。



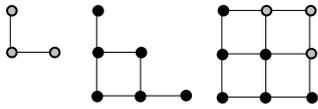
最難関問題

三角数と六角数

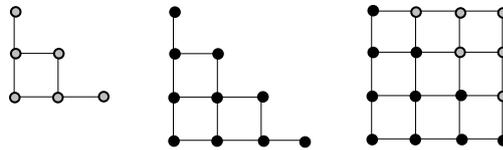
- (1) 12番目と13番目 (2) 45 (3) 36番目 (4) 100番目と101番目

(1) 図①, ②のように, となりあう三角数の和は, 平方数(四角数)になります。図①のように2番目と3番目の三角数の和は $3 \times 3 = 9$ 。図②のように3番目と4番目の三角数の和は $4 \times 4 = 16$ です。

図①



図②



$169 = 13 \times 13$ より, 和が169になるのは, 12番目と13番目です。

(2) 六角数を順に求めていくと, 次のようになります。

順番	1	2	3	4
六角数	1	6	15	28
差		5	9	13

差が5, 9, 13, ...と4ずつ大きくなっていくので, 4番目の六角数と5番目の六角数の差は,
 $13 + 4 = 17$ です。よって, 5番目の六角数は, $28 + 17 = 45$ です。

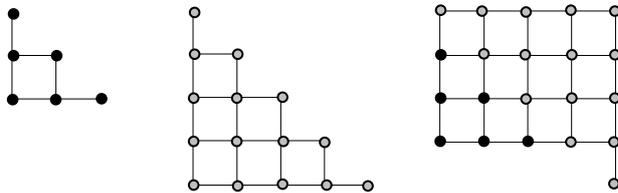
(3) 三角数と六角数は, 次のように対応します。よって, $(71 + 1) \div 2 = 36$ より, 36番目です。

順番	1	2	3	4	5	6	7	8	9
三角数	1	3	6	10	15	21	28	36	45
六角数	1	6	15	28	45	...			

最難関問題

(4) 例えば、2番目と3番目の六角数は3番目と5番目の三角数に等しいので、図③のように組み合わせることができます。このときご石は、はみ出した1個を除くと、たて $3 + 1 = 4$ (列)、横5列の長方形に並ぶので、その個数は1に4と5のような連続する整数の積を加えた値になります。図③の場合は、 $4 \times 5 + 1 = 21$ (個) です。

図③



$40201 - 1 = 40200$, 40200 を連続する整数の積で表すと、 $40200 = 200 \times 201$ となるので、 40200 は $200 - 1 = 199$ (番目)と 201 番目の三角数の和です。よって、 $(199 + 1) \div 2 = 100$ (番目)と $(201 + 1) \div 2 = 101$ (番目)の六角数の和です。

