

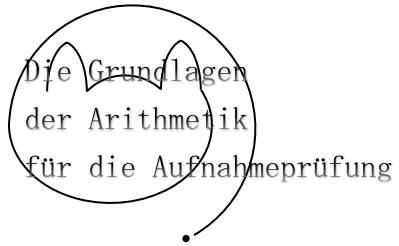
## 最難関問題

和と積の大小関係・導入問題

3けたの整数の中で、各位の和が各位の積以上となるものを考えます。(甲陽学院 2014・1日目改題)

- (1) このような3けたの整数のうち、100や807のように、0を含むものは何個ありますか。
- (2) このような3けたの整数は全部で何個ありますか。

受験算数の基礎



## 最難関問題

和と積の大小関係

8けたの整数の中で、どの位も0ではなく、各位の和が各位の積以上となるものは、何個ありますか。

## 最難関問題

和と積の大小関係・導入問題 (1) 171個 (2) 205個

(1) 100の場合、各位の和は $1 + 0 + 0 = 1$ 、積は $1 \times 0 \times 0 = 0$ です。807の場合は、和は $8 + 0 + 7 = 15$ 、積は $8 \times 0 \times 7 = 0$ です。0を含む整数の場合各位の積は必ず0になりますから、各位の和より小さくなります。

では、0を含む3けたの整数は何個あるのでしょうか。3けたの整数は全部で $999 - 99 = 900$  (個) あります。また、0を含まない3けたの整数は、各位の数が1~9のいずれかですから、 $9 \times 9 \times 9 = 729$  (個) あります。よって、0を含む3けたの整数は、 $900 - 729 = 171$  (個) あります。

(2) 今度は、0を含まない場合を考えます。たし算もかけ算も数の並び順は関係ないので、各位に並ぶ3つの数の組合せに注目しましょう。

・(1, 1, 1) … 111の1個です。

・(1, 1, □) ※ $\square \neq 1$  … □に入る数は2から9の8通りで、それぞれ並び替えが3通りありますから、 $3 \times 8 = 24$  (個) です。

・(1, 2, 2) … 並び変えて3個です。

・(1, 2, 3) … 並び変えて $3 \times 2 \times 1 = 6$  (個) です。

これ以外に和が積以上になる組み合わせはないので、 $1 + 24 + 3 + 6 = 34$  (個) です。

0を含む場合は(1)で求めた171個ですから、全部で $171 + 34 = 205$  (個) です。

最難関問題

和と積の大小関係 737個

8けた中に現れる1の個数に注目をして場合分けをします。

○ 8個  $\underbrace{1 \cdots 1}_{8 \text{ 個}}$

すべて1である11111111のみ、和が積より大きくなりますから、1個です。

○ 7個  $\underbrace{1 \cdots 1}_{7 \text{ 個}} \square$

□には、2～9の8通りの数があてはまります。また、1…1□の並びかえが8通りあります。よって、 $8 \times 8 = 64$  (個) です。

○ 6個  $\underbrace{1 \cdots 1}_{6 \text{ 個}} \square \triangle$

□と△にあてはまる数によって場合分けを行います。

$\underbrace{1 \cdots 1}_{6 \text{ 個}} \square \text{ — } \triangle$

- 2 — 2…ならべかえて、 $8 \times 7 \div (2 \times 1) = 28$  (個)
- 3 — 3…ならべかえて、 $8 \times 7 \div (2 \times 1) = 28$  (個)
- 3 ~ 8…それぞれならべかえが  $8 \times 7 = 56$  (通り) あるので、 $56 \times 6$  (個)
- 4…ならべかえて、 $8 \times 7 = 56$  (個)

○ 5個  $\underbrace{1 \cdots 1}_{5 \text{ 個}} \square \triangle \circ$

□, △, ○にあてはまる数によって場合分けを行います。

$\underbrace{1 \cdots 1}_{5 \text{ 個}} \square \text{ — } \triangle \text{ — } \circ$

- 2 — 2 — 2…ならべかえて、 $8 \times 7 \times 6 \div (3 \times 2 \times 1) = 56$  (個)
- 3…ならべかえて、 $8 \times \{7 \times 6 \div (2 \times 1)\} = 56 \times 3$  (個)

○ 4個  $\underbrace{1 \cdots 1}_{4 \text{ 個}} \square \triangle \circ \diamond$

あてはまる数はありません。これ以降も同様です。

以上より、 $1 + 64 + 56 \times 12 = 737$  (個) です。