

最難関問題

各位の数の差（最難関）

3761や727は、となりあう位の数の差が5以上の整数です。以下の問いに答えなさい。

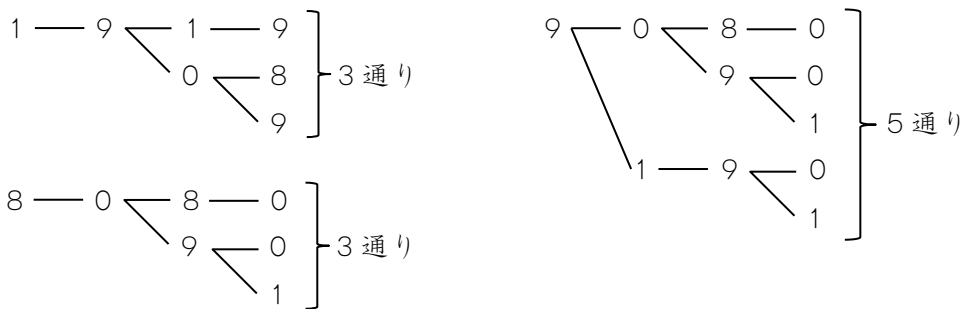
- (1) となりあう位の数の差が8以上の4けたの整数は何個ありますか。
- (2) となりあう位の数の差が8以上の7けたの整数は何個ありますか。
- (3) となりあう位の数の差が7以上の6けたの整数は何個ありますか。



最難関問題

各位の数の差（最難関）（1） 1 1 通り （2） 4 7 通り （3） 2 4 4 通り

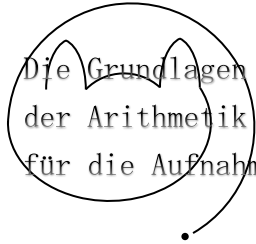
（1） 樹形図でまとめると、以下のようになるので、 $3 \times 2 + 5 = 11$ （通り）です。



（2）（1）の樹形図には0，1，8，9のみが現れ，0の右には8と9，1の右には9，8の右には0，9の右には0と1に枝が分岐しています。このことを踏まえて，となりあう位の数の差が8以上の整数を1桁の場合から順に考えていきます。

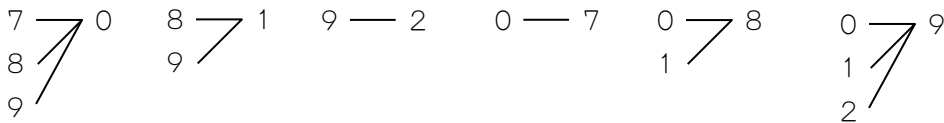
1桁の整数は，1，8，9の3通りです。2桁の整数は，となりあう位の数の差が8以上の1桁の整数の右側に0，1，8，9から条件にかなうものを並べることでつくります。0は8と9の右に並べて80と90になるので2通り，1は9の右に並べて91になるので1通り，8は0の右に並べるので0通り，9は0と1の右に並べられるので18になって1通りです。3桁以降の整数についても同様に考えると，次の表のようになり，となりあう位の数の差が8以上の整数の個数は3，4，7，11，…というフィボナッチ数列になり，7けたの整数は47通りです。

けた	1	2	3	4	5	6	7
計(通り)	3	4	7	11	18	29	47
-0(通り)	0	2	1	5	3	13	8
-1(通り)	1	1	1	3	2	8	5
-8(通り)	1	0	2	1	5	3	13
-9(通り)	1	1	3	2	8	5	21



最難関問題

(3) 差が7以上なので、各位に現れる数は0, 1, 2, 7, 8, 9のいずれかです。下の樹形図のように、0は7, 8, 9の右側に、1は8と9の右側に、2は9の右側に、7は0の右側に、8は0と1の右側に、9は0, 1, 2の右側に現れることができます。



よって、1桁の場合から表でまとめると、次のようになり、244通りです。

けた	1	2	3	4	5	6
計(通り)	5	9	22	48	109	244
-0(通り)	0	3	3	14	17	70
-1(通り)	1	2	3	11	14	56
-2(通り)	1	1	2	6	8	31
-7(通り)	1	0	3	3	14	17
-8(通り)	1	1	5	6	25	31
-9(通り)	1	2	6	8	31	39