最難関問題

同じ色がとなりあわない並べ方

何色かの石を２個ずつ用意し，同じ色がとなりあわないように横一列に並べます。たとえば黒石●と白石○を２個ずつ用意した場合は，●○●○と○●○●の２通りの並べ方があります。

（１）黒石，白石，赤石を２個ずつ用意した場合，何通りの並べ方がありますか。

（２）黒石，白石，赤石，青石を２個ずつ用意しました。

① （１）のように黒石，白石，赤石を同じ色がとなりあわないように並べてから，その並びの両端や間に青石を２個さしはさむ，という方法で８個の石を並べると，何通りの並べ方がありますか。

② 黒石，白石，赤石，青石を２個ずつ用意した場合の並べ方は，全部で何通りありますか。

最難関問題

同じ色がとなりあわない並べ方（１）３０通り　（２）①６３０通り　②８６４通り

（１）解説略

（２）

①　（１）で黒石，白石，赤石６個の並べ方は３０通りあります。６個の石の両端及び間は７か所あり，

そのうち２か所に青石を入れる方法は，７Ｃ２＝$\frac{7\times6}{2\times1}$＝２１（通り）あります。

よって，３０×２１＝６３０（通り）です。

②　黒石，白石，赤石２個ずつの並べ方は，

６Ｃ２×４Ｃ２×２Ｃ２＝$\frac{6\times5}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{2\times1}{2\times1}$＝９０（通り）あり，そのうちで，

９０－３０＝６０（通り）は同じ色の石がとなりあう並べ方です。この６０通りについて，両端や間に青石を入れて同じ色がとなりあわない並べ方にする方法を考えます。以下では，赤石を□，青石を△で表します。

$\boxed{\text{３か所となりあう場合}}$

●●○○□□のように３か所となりあう並べ方は６通りあります。これらの間に△をいれても同じ色がとなりあうか所が１か所は残ってしまうので，条件を満たすことはできません。

$\boxed{\text{２か所となりあう場合}}$

●●□○○□のように２か所となりあう並べ方は，●○□からとなりあうことになる２色を選んで３通り，●と○がとなりあう色になった場合で，並び順が●●－○○か○○－●●で２通り，●●－○○に並べた場合に□を左端，中央，右端の３か所のうち２か所に１個ずつ入れて３通りなので，３×２×３＝１８（通り）です。

この１８通りについて，△は●●□○○□ならば●△●□○△○□のように，同じ色がとなりあう２か所に入るので，入れ方は１通りです。よって，１８×１＝１８（通り）の並べ方があります。

$\boxed{\text{１か所となりあう場合}}$

○●●□○□のように１か所となりあう並べ方は，６０－（６＋１８）＝３６（通り）あります。

この３６通りについて，△の１個は○●●□○□ならば○●△●□○□のように，同じ色がとなりあう１か所に入ります。もう１個は，すでに並んでいる７個の○●△●□○□の両端及び間の８か所のうちで△ととなりあう２か所を除いた，８－２＝６（か所）のいずれかに入れるので，６通りです。よって，３６×６＝２１６（通り）の並べ方があります。

以上より，６３０＋１８＋２１６＝８６４（通り）です。