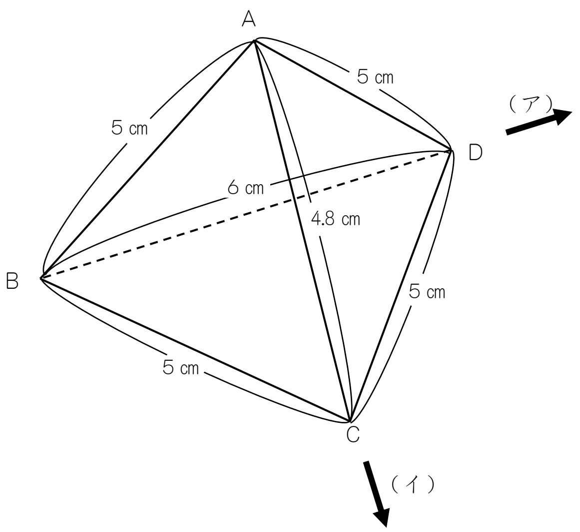
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

三角すいの平行移動

下の図の三角すいＡＢＣＤの面ＢＣＤの面積は１２㎠です。面ＢＣＤを下にして，三角すいＡＢＣＤを床の上に置き，矢印の方向にまっすぐずらします。



（１）辺ＢＤと平行な（ア）の方向に三角すいＡＢＣＤを８㎝ずらすときに，三角すいＡＢＣＤが通過する部分の体積を求めなさい。

（２）辺ＢＤと垂直な（イ）の方向に三角すいＡＢＣＤを８㎝ずらすときに，三角すいＡＢＣＤが通過する部分の体積を求めなさい。

受験算数の基礎

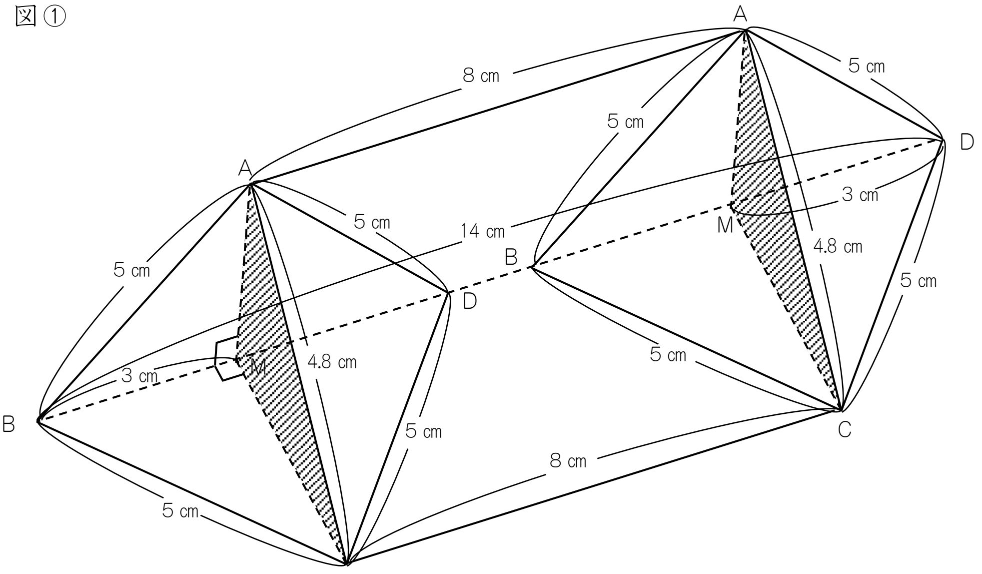
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

三角すいの平行移動　（１）７６.８cm^3　（２）１０７.５２cm^3

（１）辺ＢＤを２等分する点をＭとします。三角形ＢＣＤとＢＡＤは二等辺三角形なので，角ＢＭＣと角ＢＭＡの大きさは９０度です。そのため，図①のように三角形ＡＭＣを底面とする三角柱の一部を切り落とした立体が，三角すいＡＢＣＤの通過する部分にあたります。

図①

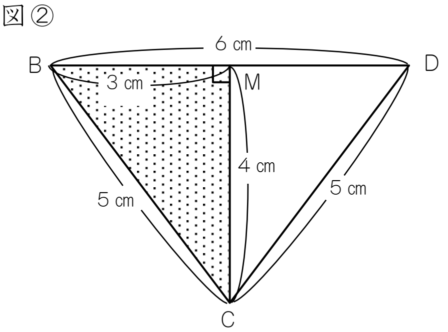


図②の面ＢＣＤにおいて，６×ＣＭ×$\frac{1}{2}$＝１２となることから，ＣＭの長さは４cmです。よって，あみ目部分の三角形ＢＣＭは，３辺の長さが３：４：５の直角三角形です。三角形ＢＣＤとＢＡＤは合同なので，ＡＭの長さも４cmです。図③の二等辺三角形ＡＣＭにおいて辺ＡＣを２等分する点をＮとすると，あみ目部分の直角三角形ＣＭＮは辺ＣＭとＣＮの長さの比が４：２.４＝５：３なので，三角形ＢＣＭと相似形です。

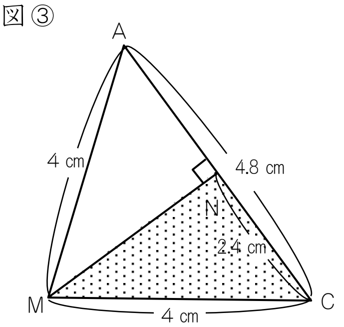
よって，ＭＮの長さは４×$\frac{4}{5}$＝３.２（cm），三角形ＡＣＭの面積は，４.８×３.２×$\frac{1}{2}$＝７.６８（cm^2）です。

三角すいＡＢＣＤが通過する部分の体積は，７.６８×$\frac{8\times2+14}{3}$＝７６.８（cm^3）です。

図②



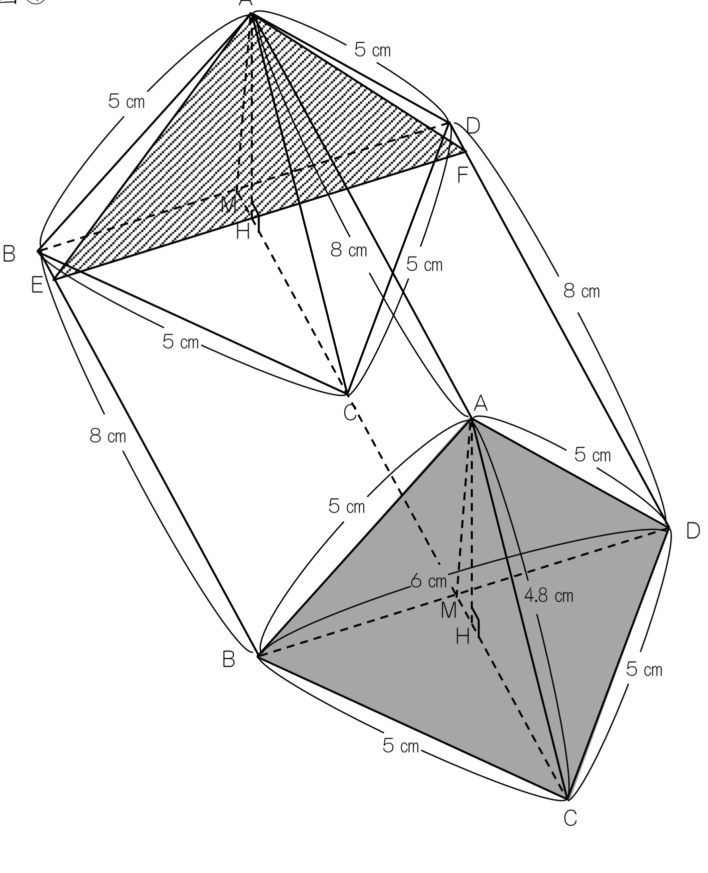
図③



最難関問題

（２）通過する部分は，図④のような，面ＡＢＤが通過してできる立体と，三角すいＡＢＣＤを合わせたものになります。面ＡＢＤと面ＢＣＤは垂直に交わっているわけではないので，面ＡＢＤが通過してできる立体は，頂点Ａから底面ＢＣＤに垂直な線ＡＨを引き，点Ｈを通って辺ＢＤと平行な線ＥＦを引いてできる三角形ＡＥＦを底面とする三角柱を切断した形になります。よって，三角形ＡＥＦの面積に，「高さの平均」である８㎝をかけることでその体積を求めることができます。

図④



最難関問題

三角形ＡＥＦの面積を求めるために，三角すいＡＢＣＤの体積に注目をします。三角すいＡＢＣＤは，底面を三角形ＡＣＭとしたときの高さが辺ＢＣの長さである６㎝，三角形ＡＥＦを底面としたときの高さがＣＭの長さである４㎝なので，三角形ＡＣＭとＡＥＦの面積の比は高さの比６：４＝３：２の逆比で２：３です。よって，三角形ＡＥＦの面積は，$7.68\times\frac{3}{2}=11.52$（㎝^{2}）です。

面ＡＢＤが通過してできる立体の体積は，$11.52\times8=92.16$（㎝^{3}）です。また，三角すいＡＢＣＤの体積は，$7.68\times6\times\frac{1}{3}=15.36$（㎝^{3}）なので，三角すいＡＢＣＤが通過する部分の体積は，$92.16+15.36=107.52$（㎝^{3}）です。