

最難関問題

2枚の円板の影

図1, 2のように, 27 cmの棒の先に電球をつけて, 床の上にならば立てます。このとき, 電球によってできる円板の影について, 次の問いに答えなさい。電球の大きさや円板の厚さは考えません。円周率は3.14とし, 正三角形の高さは1辺の長さの0.875倍とします。

なお, 図3のような斜めに傾いた円すいや角すいの体積は, $\text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3}$ で求めることができます。

(1) 図1の位置に, 床と平行な直径14 cmの円板があります。

- ① 電球によって床の上にできる円板の影の面積を求めなさい。
- ② 電球によってできる円板の影の体積を求めなさい。

(2) 図2の位置に, 床と平行な直径14 cmと直径16 cmの2枚の円板があります。

- ① 電球によって床の上にできる2枚の円板の影の面積を求めなさい。
- ② 電球によってできる2枚の円板の影の体積を求めなさい。

図1

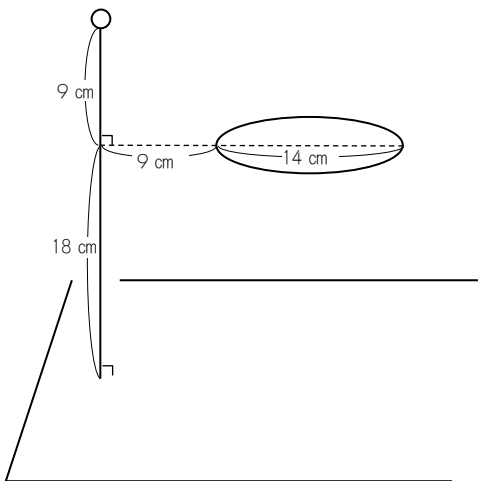


図2

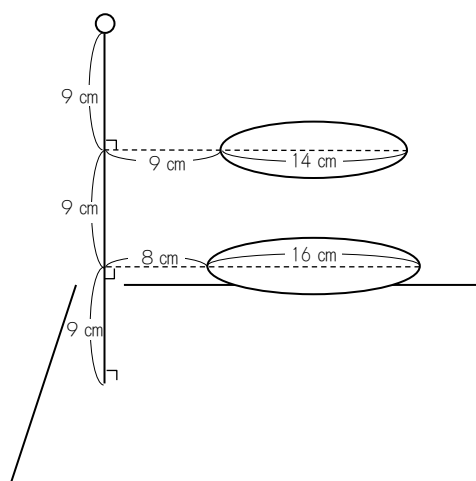
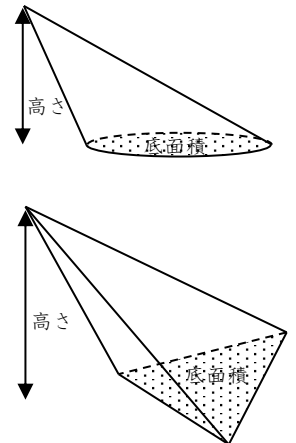


図3

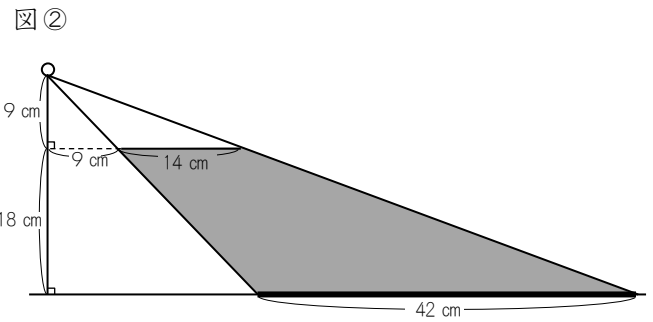
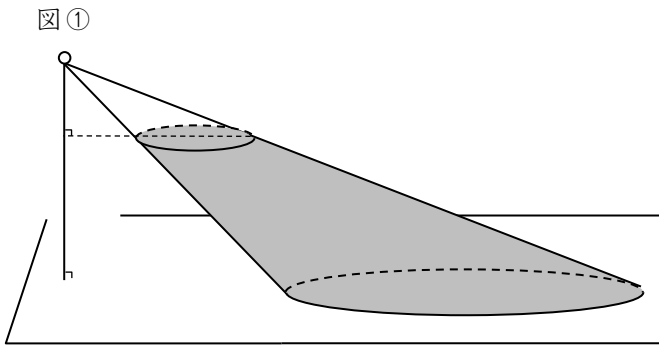


最難関問題

2枚の円板の影

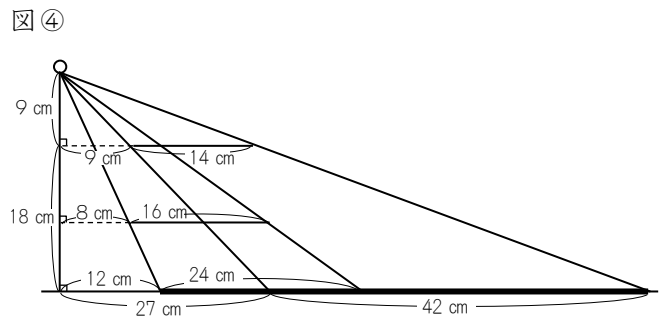
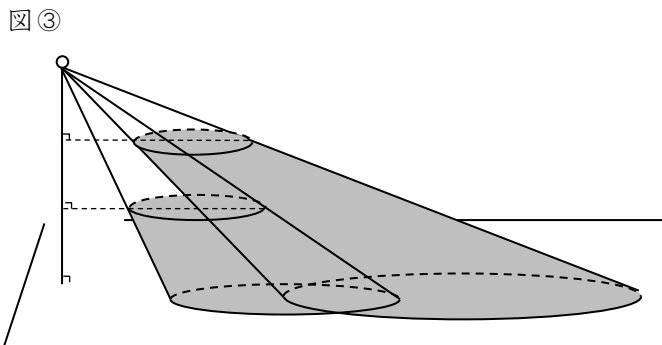
- (1) ① 1384.74 cm^2 ② 12001.08 cm^3 (2) ① 1707.39 cm^2 ② 14044.53 cm^3

(1) 影の様子は図①のようになるので、真正面から見ると、図②のようになります。



- ① 地面にできた影は、半径が21 cmの円なので、 $21 \times 21 \times 3.14 = 1384.74 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。
 ② 底面が半径21 cmの円で高さが27 cmの傾いた円すいから、底面が半径7 cmの円で高さが9 cmの傾いた円すいを除いてできる「円すい台」の体積を求めます。相似比が3 : 1であることから、体積比は $(3 \times 3 \times 3) : (1 \times 1 \times 1) = 27 : 1$ なので、円すい台の体積は、比の $27 - 1 = 26$ にあたります。よって、 $21 \times 21 \times 3.14 \times 27 \times \frac{1}{3} \times \frac{26}{27} = 12001.08 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

(2) 影の様子は図③のようになるので、真正面から見ると、図④のようになります。



最難関問題

① 地面にできる円板の影は、半径が12 cmと21 cmの円で、図⑤のように重なります。このとき、斜線部分の三角形は、3辺の長さの比が12 : 21 : 24 = 4 : 7 : 8です。7 ÷ 8 = 0.875なので、この三角形は、正三角形を半分にした三角定規型の三角形（内角の大きさが30度・60度・90度の直角三角形）になります。色をつけた部分の三角形も合同なので、面積はあわせて、

$$12 \times 21 \times \frac{1}{2} \times 2 = 252 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。よって、地面にできた影の面積は、}$$

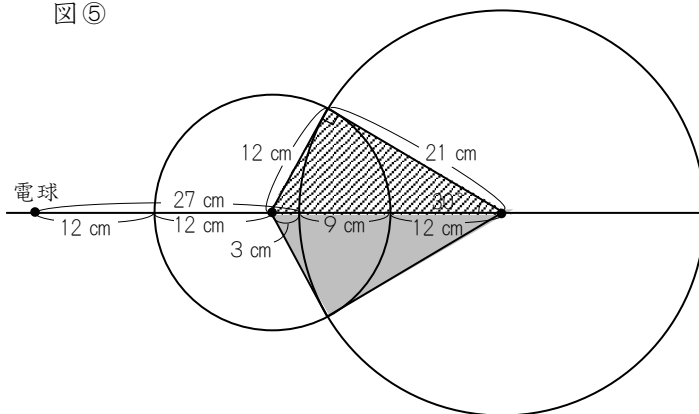
$$252 + 12 \times 12 \times 3.14 \times \frac{240}{360} + 21 \times 21 \times 3.14 \times \frac{300}{360} = 1707.39 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。}$$

② 図③において2枚の円板のそれぞれの影は、傾いた円すいの台の形をしていて、2つの影は、図⑥のあみ目で示した部分で重なりあいます。あみ目で示した部分も、図⑤の2つの円が重なりあう部分（図⑦のあみ目の部分）を底面とする傾いたすいの台にあたります。図⑤の2つの円が重なりあう部分の面積は、 $(12 \times 12 + 21 \times 21) \times 3.14 - 1707.39 = 129.51 \text{ (cm}^2\text{)}$ で、すいの台の体積は、すい全体の、 $\frac{3 \times 3 \times 3 - 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{19}{27}$ （倍）なので、

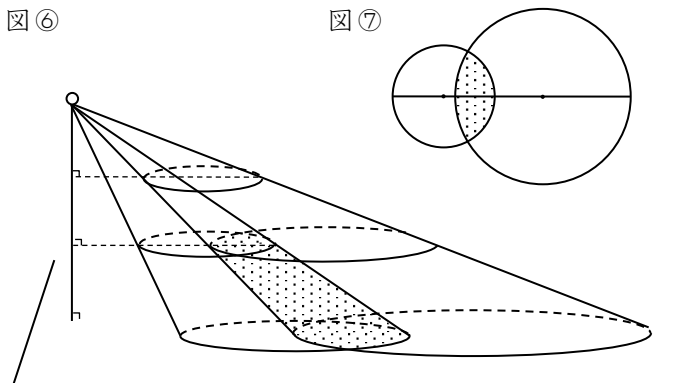
$$129.51 \times 27 \times \frac{1}{3} \times \frac{19}{27} = 820.23 \text{ (cm}^3\text{)} \text{ です。よって、}$$

$$12001.08 + 12 \times 12 \times 3.14 \times 27 \times \frac{1}{3} \times \frac{19}{27} - 820.23 = 14044.53 \text{ (cm}^3\text{)} \text{ です。}$$

図⑤



図⑥



図⑦