最難関問題

回転効率

（円周率は3.14とします）すべることなく回転して進む，半径１８０㎝の円盤があります。図１のように直線上を進む場合，円盤は１度回転すると，１８０×２×3.1４×$\frac{1}{360}$＝3.1４（㎝）進みます。図２の場合，Ａの位置からＢの位置までの５６５.２×２＝１１３０.４（㎝）進むのに，円盤はアとウの移動で１８０度ずつ，イの移動で９０度回転するので，あわせて１８０×２＋９０＝４５０（度）回転します。よって，ＡからＢの区間では，１度あたり１１３０.４÷４５０＝2.５１２（㎝）進みます。

図１

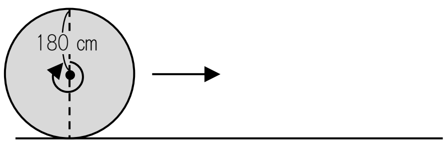


図２

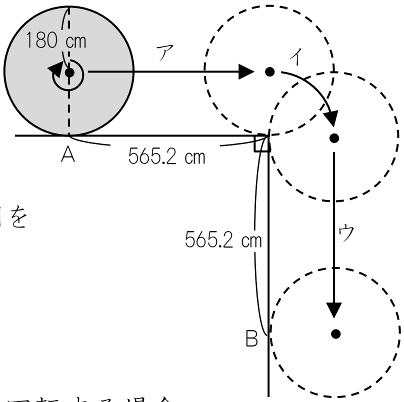


図３

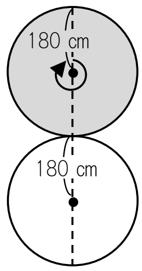


図４

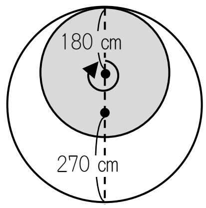


図３や図４のように，円盤が輪の外側や内側を進む場合について，以下の問いに答えなさい。

（１）

① 図３のように半径１８０㎝の輪の外側を回転する場合，円盤は１度あたり何㎝進みますか。

② 図４のように半径２７０㎝の輪の内側を回転する場合，円盤は１度あたり何㎝進みますか。

（２）円盤が１度あたり次の①～④の長さを進むときの，輪の半径の長さを答え，「内側」か「外側」に丸をつけなさい。

① ０.３１４㎝…半径　　　　㎝の輪の　内側　外側　を進む場合

② ３.０１４４㎝…半径　　　　㎝の輪の　内側　外側　を進む場合

③ ６.２８㎝…半径　　　　㎝の輪の　内側　外側　を進む場合

④ ３１４㎝…半径　　　　㎝の輪の　内側　外側　を進む場合

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

回転効率

（１）①１.５７㎝　②９.４２㎝

（２）①半径２０㎝の輪の外側　②半径４３２０㎝の輪の外側

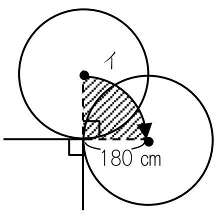
③半径３６０㎝の輪の内側　④半径$181\frac{9}{11}$㎝の輪の内側

（１）円盤の回転の中心は，円盤を円としてみたときの中心です。よって，円盤がすべることなく進む場合，円盤の中心が動いた分だけ円は回転します。問題文の図２のイの移動においては，図①のように円盤の中心が，円盤の円周の$\frac{1}{4}$動き，円盤は３６０度の$\frac{1}{4}$にあたる９０度回転します。よって，円盤が１度回転するとは，円盤の中心が$180 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{360} = 3.14$（㎝）進むことです。

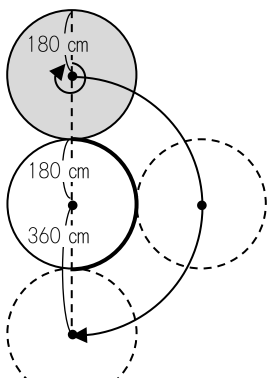
① 図②のように円盤が半径３６０㎝の半円の弧を描いたときに，円盤は１回転しています。このとき，円盤が進んだ距離は，図の太線で示した半径１８０㎝の半円の弧です。１度あたり，直線上を進んだ場合の半分の距離を進むので，１.５７㎝です。

② 図③のように円盤は輪の内側を進み，もとの位置にもどるまでに円盤の中心は半径が９０㎝の円周を描きます。よって，円盤が１回転するのは，輪の内側を２周したときです。よって，１度あたりに進む距離は，直線上を進むときの$270 \times 2 \div 180 = 3$（倍）ですから，$3.14 \times 3 = 9.42$（㎝）です。

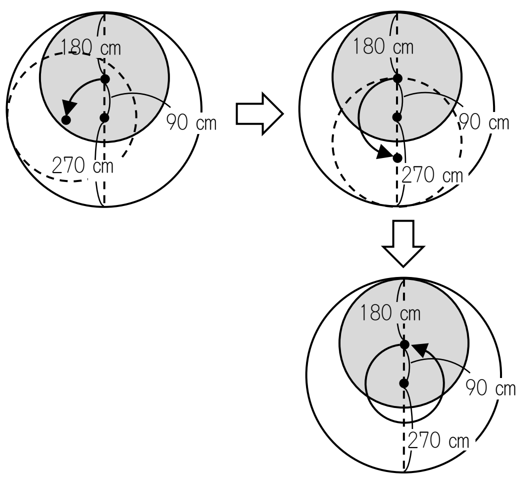
図①



図②



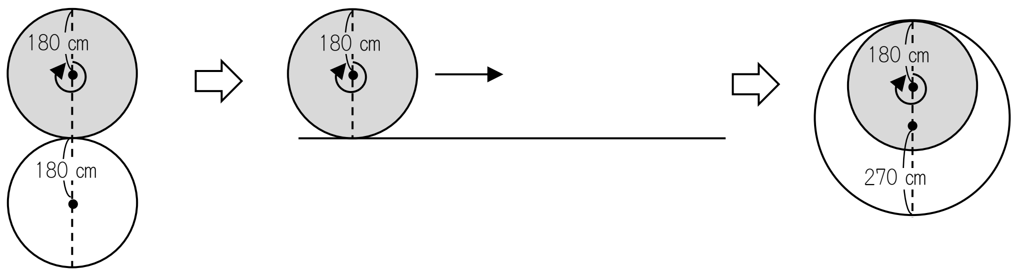
図③



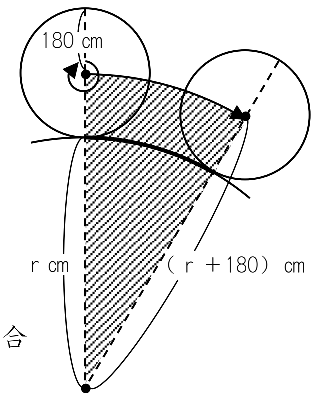
最難関問題

（２）円盤が１度回転するときに進む距離は，図④のように輪の外側，直線上，輪の内側の順に長くなっているようです。このことを一般的に考えていきます。

図④



図⑤



まず，輪の外側を回転する場合です。図⑤のように，半径ｒ㎝の輪の外側を回転するとき，円の中心が動いた距離と，円盤が進んだ距離の比は，斜線部分のおうぎ形の相似比にあたるので，

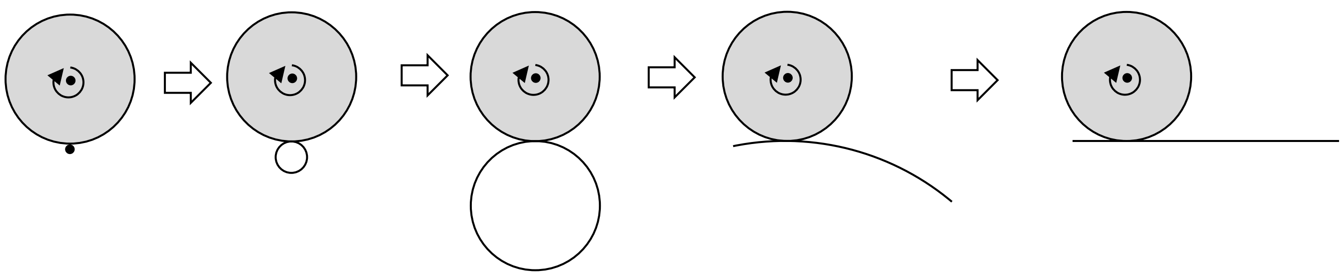
（ｒ＋１８０）：ｒです。

よって，１度回転するときに，円盤は３.１４×$\dfrac{r}{r+180}$（㎝）進みます。

ｒの値が小さいほど，$\dfrac{r}{r+180}$の値も小さくなり，ｒ＝０で輪が点になる場合を仮に考えると，円盤は回転しても点のまわりをまわるだけなので，距離を進むことがなくなります。図①のイの動きがこれに当たります。

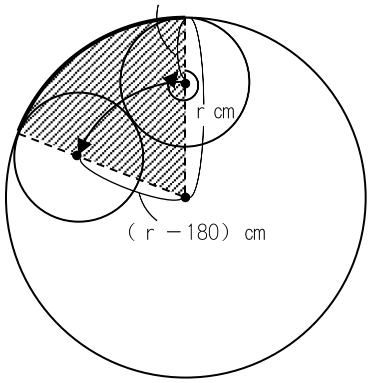
ｒの値が大きくなると，$\dfrac{r}{r+180}$の値は限りなく１に近づいてくるので，円盤が１度回転するときに進む距離は，直線上を進むときの３.１４㎝に近づきます。こうして，図⑥のように円盤が１度回転したときに進む距離は徐々に長くなり，３.１４㎝に近づいていきます。

図⑥



最難関問題

図⑦



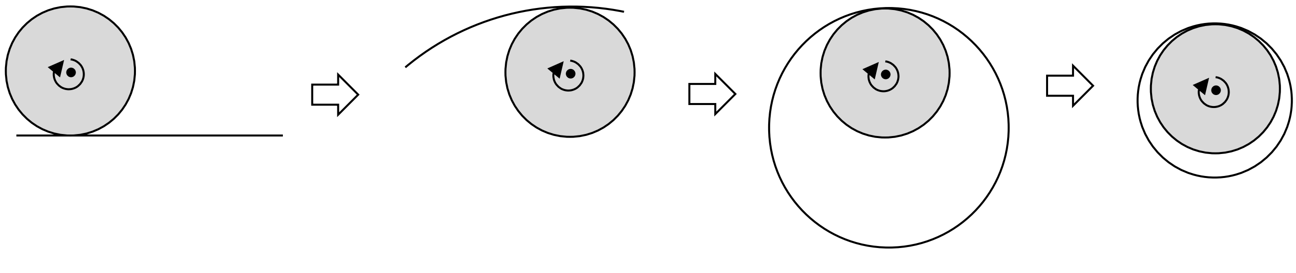
輪の内側を回転する場合は，図⑦のように，半径ｒcmの輪の内側を回転するとき，円の中心が動いた距離と，円盤が進んだ距離の比は，斜線部分のおうぎ形の相似比にあたるので，（ｒ－１８０）：ｒです。

よって，１度回転するときに，円盤は$3.14 \times \frac{r}{r-180}$（cm）進みます。

ｒの値が小さくなればなるほど，$\frac{r}{r-180}$の値は大きくなっていきます。ただし，ｒの値は１８０よりは大きい範囲をとりますが，仮にｒ＝１８０の場合を考えると，円盤は輪の内側をすべることなく進むことができなくなるので，円盤の中心は動かず，回転が不可能になります。

ｒの値が大きくなると，$\frac{r}{r-180}$の値は限りなく１に近づいてくるので，円盤が１度回転するときに進む距離は，直線上を進むときの３.１４cmに近づきます。こうして，図⑧のように円盤が１度回転したときに進む距離は３.１４cmよりも徐々に長くなります。

図⑧



最難関問題

以上の関係を利用して，各問いに答えていきます。

①　０.３１４㎝は３.１４㎝より短いので，輪の外側を円盤が回転します。

$3.14\times\dfrac{r}{r+180}=0.314$ より，$\dfrac{r}{r+180}=\dfrac{1}{10}$ なので，$r=180\div\dfrac{10-1}{1}=20$ です。よって，半径２０㎝の輪の外側です。

②　３.０１４４㎝は３.１４㎝より短いので，輪の外側を円盤が回転します。

$3.14\times\dfrac{r}{r+180}=3.0144=3.14\times\dfrac{24}{25}$ より，$\dfrac{r}{r+180}=\dfrac{24}{25}$ なので，

$r=180\div\dfrac{25-24}{24}=4320$ です。よって，半径４３２０㎝の輪の外側です。

③　６.２８㎝は３.１４㎝より長いので，輪の内側を円盤が回転します。

$3.14\times\dfrac{r}{r-180}=6.28$ より，$\dfrac{r}{r-180}=2$ なので，

$r=180\div\dfrac{2-1}{2}=360$ です。よって，半径３６０㎝の輪の内側です。

④　３１４㎝は３.１４㎝より長いので，輪の内側を円盤が回転します。

$3.14\times\dfrac{r}{r-180}=314$ より，$\dfrac{r}{r-180}=100$ なので，

$r=180\div\dfrac{100-1}{100}=181\dfrac{9}{11}$ です。よって，半径 $181\dfrac{9}{11}$ ㎝の輪の内側です。