受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

回文数（偶数桁）の分布

１３３１，５０５５０５のように，左から見ても右から見ても数の並びが同じ整数を「回文数」といいます。２桁(けた)の回文数は１１，２２，３３，４４，５５，６６，７７，８８，９９の９個です。このとき，「隣(とな)りあう回文数の差」は２２－１１＝１１，３３－２２＝１１，…，９９－８８＝１１となってすべて１１なので，１１が８個となります。

（１）隣りあう４桁の回文数の差は，何が何個ありますか。

（２）隣りあう６桁の回文数の差は，何が何個ありますか。

（３）隣りあう１０桁の回文数の差は，何が何個ありますか。

最難関問題

回文数（偶数桁）の分布

（１）１１０が８１個，１１が８個

（２）１１００が８１０個，１１０が８１個，１１が８個

（３）１１００００が８１０００個，１１０００が８１００個，１１００が８１０個，
　　１１０が８１個，１１が８個

（１）４桁の回文数ａｂｂａは，ａにあてはまる整数が１～９の９通り，ｂにあてはまる整数が０～９の１０通りあるので，９×１０＝９０（個）あります。よって，隣りあう回文数の差は，９０－１＝８９（個）あります。

　４桁の最小の回文数１００１から順に考えると，１００１，１１１１，１２２１，…，１９９１までは，隣りあう回文数の差は１１０で９個あり，１９９１と２００２の差は１１です。２００２から先も同様なので，下のようになります。

1001，1111，…，1991，2002，2112，…，8998，9009，…，9999

110　110　110　11　110　110　110　11　110　110

９個　１個　１個　９個

　よって，１１０が９×９＝８１（個），１１が８個です。

（２）６桁の回文数ａｂｃｃｂａは，ａにあてはまる整数が１～９の９通り，ｂおよびｃにあてはまる整数が０～９の１０通りずつあるので，９×１０×１０＝９００（個）あります。よって，隣りあう回文数の差は，９００－１＝８９９（個）あります。

　（１）で考えたことを利用するために，ａ＝１の場あのｂｃｃｂについて考えると，次のようになります。

0000，0110，…，0990，1001，1111，…，8998，9009，…，9999

110　110　110　11　110　110　110　11　110　110

９個　１個　１個　９個

ここでの１１０とは実際には１１００，１１は実際には１１０ですから，１１００が９×１０＝９０（個），１１０が9個となります。そして，１９９９９１と２００００２の差は１１です。

最難関問題

こうして，次の図のように差は並びます。

1bccb1

$\boxed{\underbrace{1100\cdots1100}_{9\text{個}}\ 110\ \cdots\ 110\ \underbrace{1100\cdots1100}_{9\text{個}}}$ 11

1100 が 90 個，110 が９個

2bccb2

$\boxed{\underbrace{1100\cdots1100}_{9\text{個}}\ 110\ \cdots\ 110\ \underbrace{1100\cdots1100}_{9\text{個}}}$ 11 …

1100 が 90 個，110 が９個

よって，隣りあう６桁の回文数の差は，１１００が９０×９＝８１０（個），１１０が９×９＝８１（個），１１が８個です。

（３）同様に考えて，８桁の隣りあう回文数の差は，

１１０００が８１００個，１１００が８１０個，１１０が８１個，１１が８個です。

１０桁の隣りあう回文数の差は，

１１００００が８１０００個，１１０００が８１００個，１１００が８１０個，１１０が８１個，

１１が８個となります。