

最難関問題

回文数（偶数桁）の分布

1 3 3 1, 5 0 5 5 0 5のように、左から見ても右から見ても数の並びが同じ整数を「回文数」といいます。^{けた}2桁の回文数は1 1, 2 2, 3 3, 4 4, 5 5, 6 6, 7 7, 8 8, 9 9の9個です。このとき、

「隣りあう回文数の差」は^{とな} $2 2 - 1 1 = 1 1$, $3 3 - 2 2 = 1 1$, ..., $9 9 - 8 8 = 1 1$ となっていてすべて1 1なので、1 1が8個となります。

- (1) 隣りあう4桁の回文数の差は、何が何個ありますか。
- (2) 隣りあう6桁の回文数の差は、何が何個ありますか。
- (3) 隣りあう10桁の回文数の差は、何が何個ありますか。



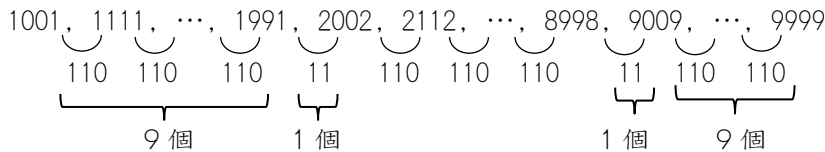
最難関問題

回文数（偶数桁）の分布

- (1) 110が81個，11が8個
- (2) 1100が810個，110が81個，11が8個
- (3) 110000が81000個，11000が8100個，1100が810個，
110が81個，11が8個

(1) 4桁の回文数 $abba$ は， a にあてはまる整数が $1 \sim 9$ の 9 通り， b にあてはまる整数が $0 \sim 9$ の 10 通りあるので， $9 \times 10 = 90$ （個）あります。よって，隣りあう回文数の差は， $90 - 1 = 89$ （個）あります。

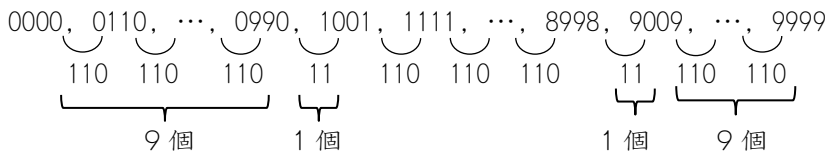
4桁の最小の回文数 1001 から順に考えると， $1001, 1111, 1221, \dots, 1991$ までは，隣りあう回文数の差は 110 で 9 個あり， 1991 と 2002 の差は 11 です。 2002 から先も同様なので，下のようになります。



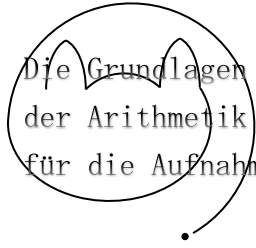
よって， 110 が $9 \times 9 = 81$ （個）， 11 が 8 個です。

(2) 6桁の回文数 $abccba$ は， a にあてはまる整数が $1 \sim 9$ の 9 通り， b および c にあてはまる整数が $0 \sim 9$ の 10 通りずつあるので， $9 \times 10 \times 10 = 900$ （個）あります。よって，隣りあう回文数の差は， $900 - 1 = 899$ （個）あります。

(1) で考えたことを利用するために， $a = 1$ の場合の $bccb$ について考えると，次のようになります。

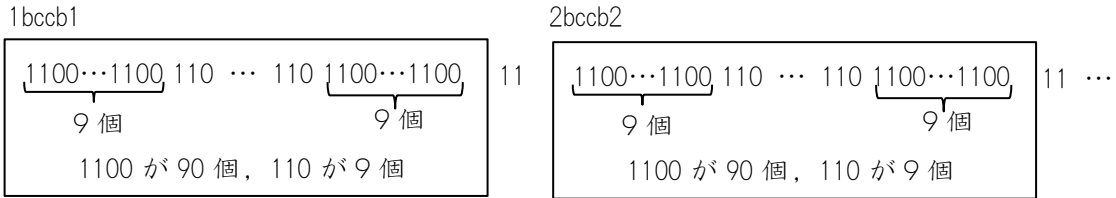


ここでの 110 とは実際には 1100 ， 11 は実際には 110 ですから， 1100 が $9 \times 10 = 90$ （個）， 110 が 9 個となります。そして， 199991 と 200002 の差は 11 です。



最難関問題

こうして、次の図のように差は並びます。



よって、隣りあう6桁の回文数の差は、1100が $90 \times 9 = 810$ (個), 110が $9 \times 9 = 81$ (個), 11が8個です。

(3) 同様に考えて、8桁の隣りあう回文数の差は、

11000が8100個, 1100が810個, 110が81個, 11が8個です。

10桁の隣りあう回文数の差は、

110000が81000個, 11000が8100個, 1100が810個, 110が81個,

11が8個となります。