受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

らせんと回転・正三角形２

　図１のように充分に広い方眼に０から順に番号が振ってあります。方眼のマス目と辺の長さが等しい図２の正三角形ＡＢＣを向きを変えることなく０のマス目に図３のように置き，太線に沿ってすべることなく転がしていきます。正三角形ＡＢＣが再び図２の向きになったときを，正三角形ＡＢＣの１回転とします。

図１

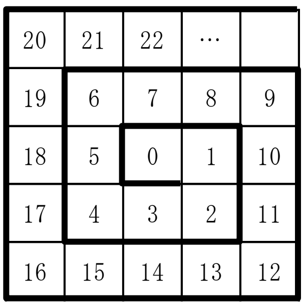


図２

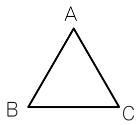
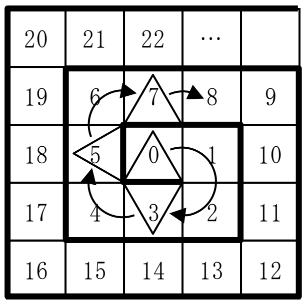
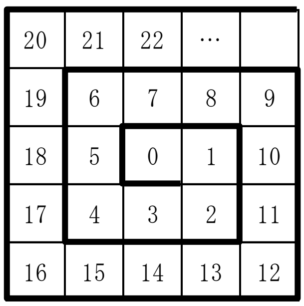


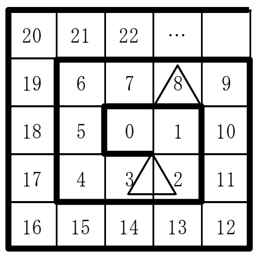
図３



（１）下図に正三角形ＡＢＣが１回転および３回転したときの様子を，例にならってかきこみなさい。



例

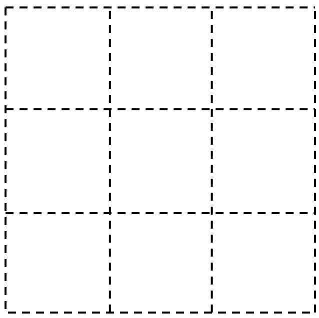


（２）１７のマス目に進むまでに，正三角形ＡＢＣは何回転していますか。例えば３回転はしているが４回転はしていないなら「３回転」というように，整数で答えなさい。

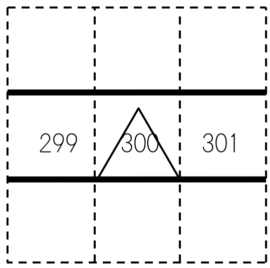
（２枚目に続きます）

最難関問題

（３）正三角形ＡＢＣがちょうど５０回転したときの様子を，例にならってマス目とともにかきこみなさい。



例



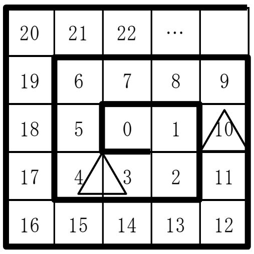
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

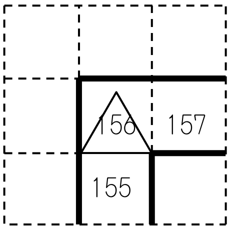
最難関問題

らせんと回転・正三角形２

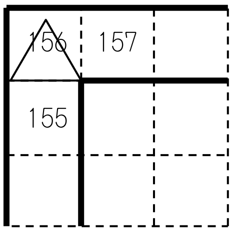
（１）



（２）５回転　（３）



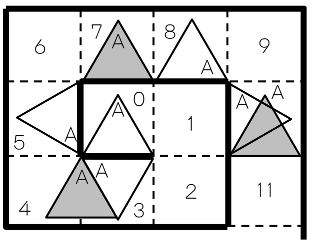
，



等

（１）頂点Ａの位置に注目をすると，１回目，２回目，３回目は図４の影をつけた三角形です。

図４



（２）（１）の図４に，正三角形ＡＢＣが回転した角度を書き込むと図５のようになります。３６０度ごとに１回転しているので，正三角形ＡＢＣの回転した角度の和を求めていきます。図６のように正三角形ＡＢＣは，最初だけ３００度回転して，以降は角を曲がる際は２１０°，直線上を進むときは１２０度回転します。計算を楽にするために最大公約数の３０で割ると，最初は１０，角を曲がるときは７，直線上では４の角度を進み，１２の角度ごとに１回転する，となります。このようにしてマス目に回転の角度を書き込んだものが図７です。１７のマス目には影をつけてあります。

図５

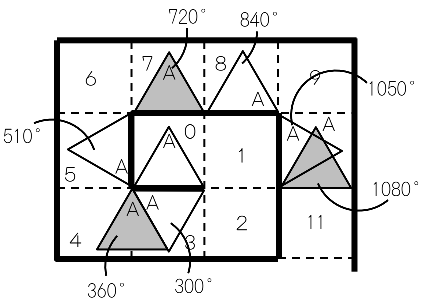


図６

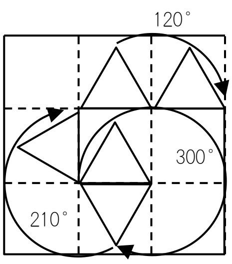
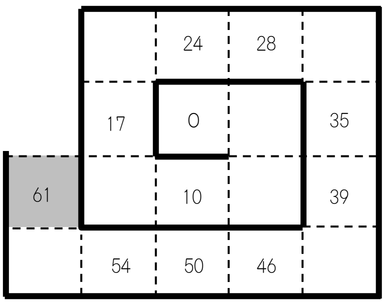


図７

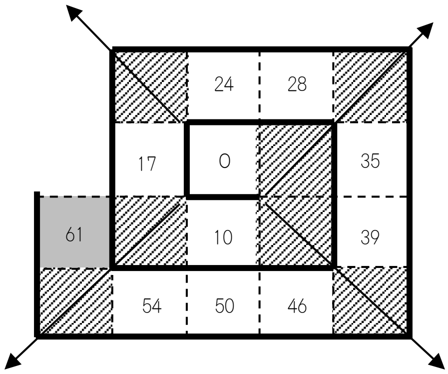


６１÷１２＝５余り１より，５回転です。

最難関問題

（３）（２）の図７の方法を利用します。５０回転ということは，正三角形ＡＢＣが１２×５０＝６００の角度を回転すればよいということです。ここで，マス目における角度の増え方を考えます。直線上では，正三角形の回転角度は１マスにつき４ずつ増えていきます。それに対して最初は３マスで１０増え，角を曲がる際には２マスで７増えています。これは，図８において斜線で示した角のマスごとに回転角度が１減っているということです。回転角度の１０は４×３－２，７は４×２－１と考えることができます。よって，影をつけた１７のマスの回転角度６１は，４×１７－７＝６１ということになります。

図８



６００÷４＝１５０より，１５０のマスの周辺を考えます。１５０の手前の平方数は１２×１２＝１４４です。１４４のマスは図９のように角の位置にあります。１４４の次の１４５のマスまでに，角の位置にあるマスは６×３＋５＝２３（個）ありますから，１４５のマスの回転角度は４×１４５－２３＝５５７です。また，１５５のマスの回転角度は５５７＋４×１０＝５９７，１５７のマスは５９７＋７＝６０４ですから，図１０において，斜線で示した１５５のマスの位置から，６００－５９７＝３，３０×３＝９０（度）だけ正三角形ＡＢＣは回転すればよいので，１５６のマスの影をつけた位置となります。

図９

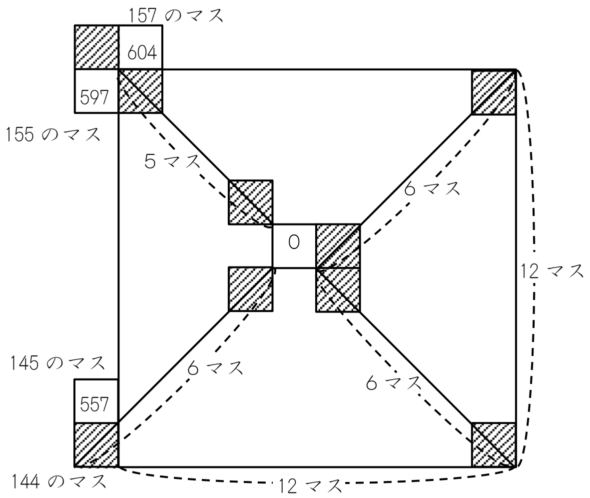


図１０