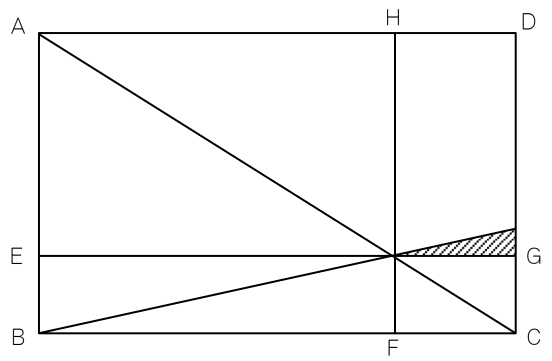
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

長方形の分割と比

下の図の長方形ＡＢＣＤの面積は２４５㎠で，ＥＧは辺ＢＣと平行，ＦＨは辺ＣＤと平行，ＡＣ，ＥＧ，ＦＨは一点で交わっています。斜線部分の三角形の面積が４㎠のとき，長さの比ＡＥ：ＥＢを求めなさい。



最難関問題

長方形の分割と比　５：２

　図①のように長方形をア～ウの部分に分けて考えると，アの部分どうし，イの部分どうしの面積は等しいので，ウの部分の長方形どうしの面積も等しくなります。よって，ウの長方形のたてと横の長さの比は図②のように逆比になります。

　ウの部分の長方形１個の面積は，長方形ＡＢＣＤの面積の，$\dfrac{□}{□+△}\times\dfrac{△}{□+△}$（倍）で，あみ目部分の直角三角形の面積はその半分です。また，あみ目部分の三角形と斜線部分の三角形は□：△の相似形なので，その面積の比は，(□×□)：(△×△）です。よって，斜線部分の三角形の面積は長方形ＡＢＣＤの面積の，

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{□}{□+△}\times\dfrac{△}{□+△}\times\dfrac{△\times△}{□\times□}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{△\times△\times△}{(□+△)\times(□+△)\times□}$（倍）です。

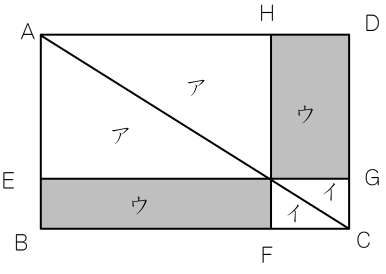
$245\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{△\times△\times△}{(□+△)\times(□+△)\times□}=4$より，$245\times\dfrac{△\times△\times△}{(□+△)\times(□+△)\times□}=8$，

$\dfrac{△\times△\times△}{(□+△)\times(□+△)\times□}=\dfrac{8}{245}$なので，この式を満たす□と△を求めると，△＝２のときに

△×△×△＝８となるので，$\dfrac{2\times2\times2}{(□+2)\times(□+2)\times□}=\dfrac{8}{245}$，２４５＝５×７×７より，□＝５です。

よって，□：△＝５：２です。

図①



図②