受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正方形折り紙

図１のようにたて２㎝，横５㎝の長方形の折り紙を点線にそって折ると，１辺が２㎝の正方形になります。紙が重なっている枚数を書きこむと，図２のようになります。この場合，２枚重なっている部分の面積は折り紙の面積の$\frac{1}{5}$倍，３枚重なっている部分の面積も$\frac{1}{5}$倍となります。

図３の正方形の折り紙を，頂点と辺の中点を結ぶ４本の点線にそって折ると，小さな正方形になります。これについて以下の問いに答えなさい。

（１）折った後にできた正方形の面積は，折り紙の面積の何倍ですか。

（２）図４の太線は，折った後にできた正方形を表しています。例にならって，太線の正方形の中に紙が重なっている枚数を書きこみなさい。必要であれば，２枚目の紙を用いなさい。

（３）（２）で求めた重なっている枚数ごとに，重なっている部分の面積が折り紙の何倍かを答えなさい。

図１

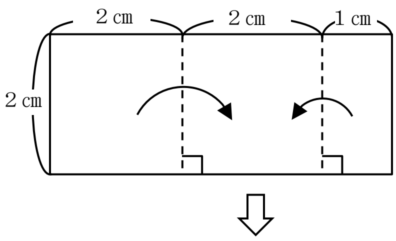


図２

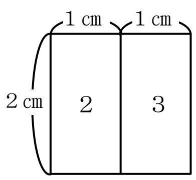


図３

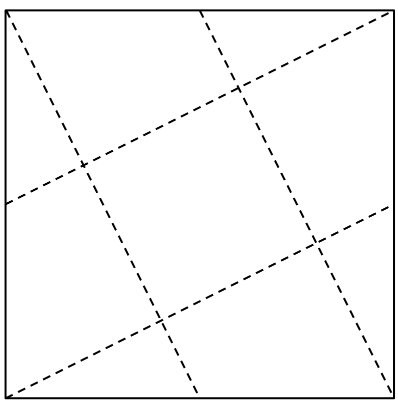
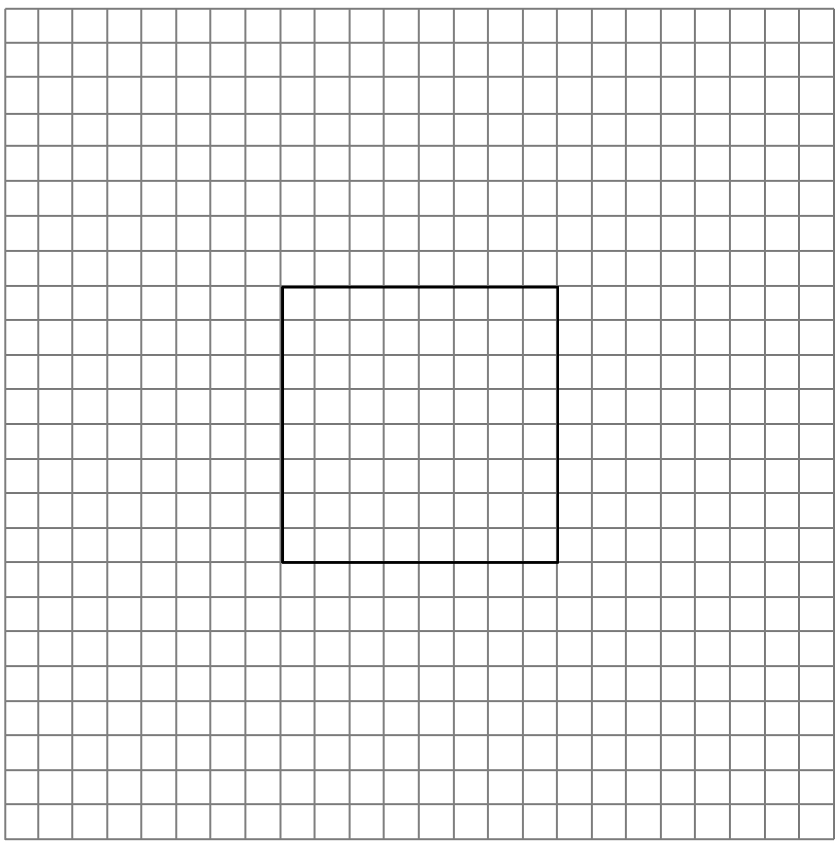
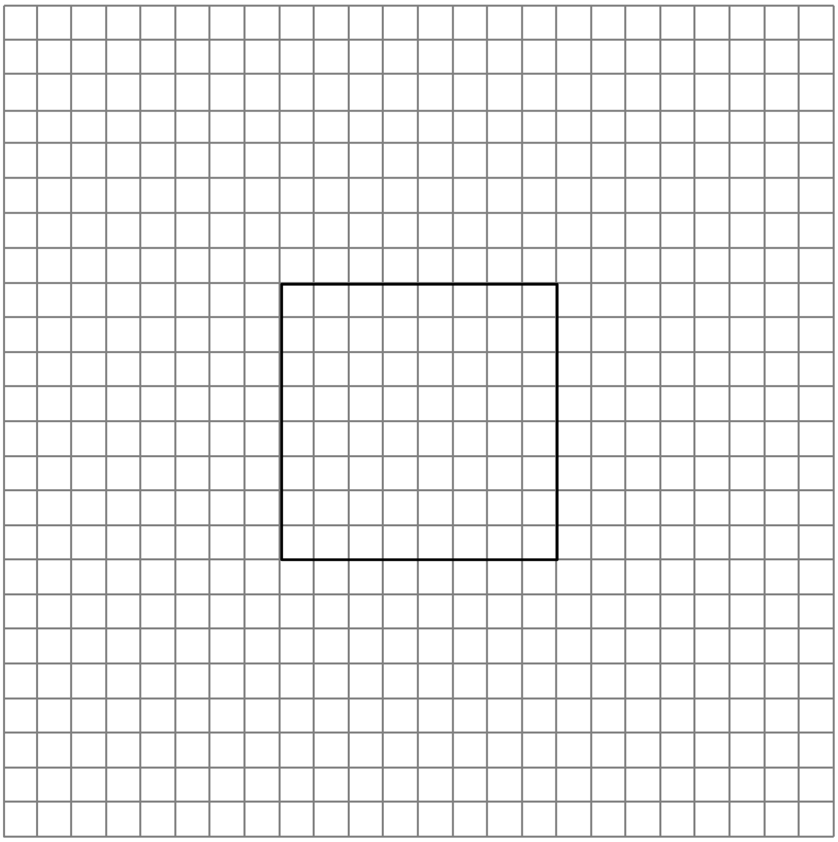
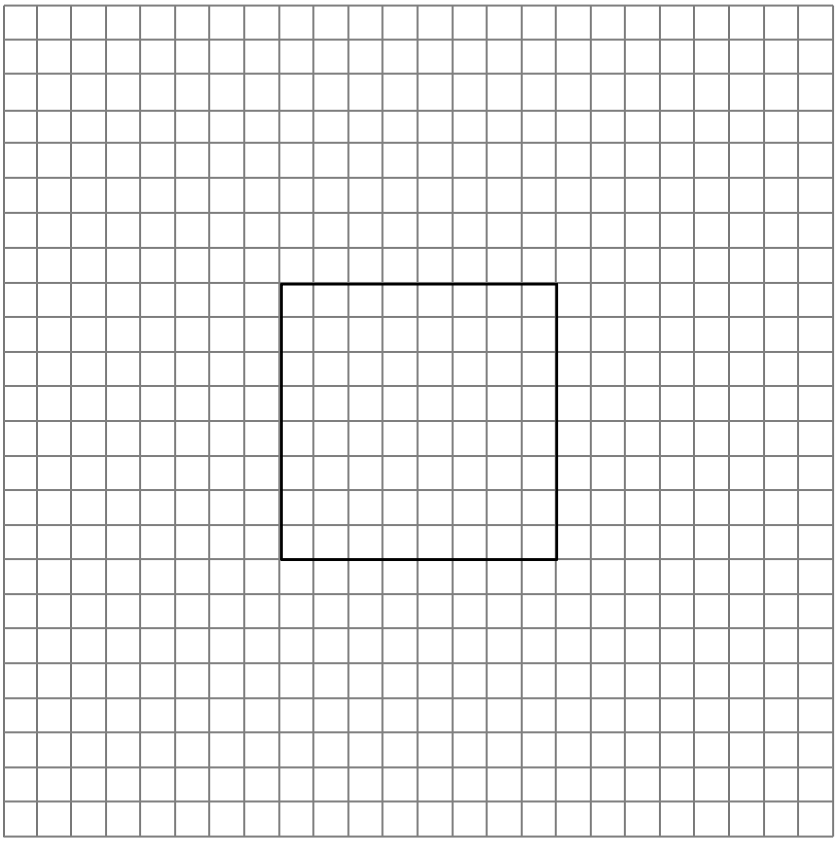


図４



最難関問題





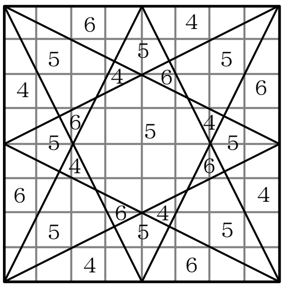
受験算数の基礎

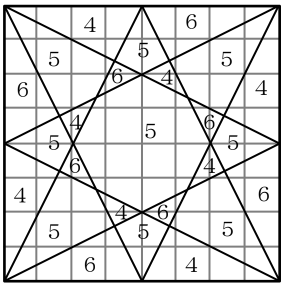
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正方形折り紙（１）$\frac{1}{5}$倍

（２）下図のどちらか

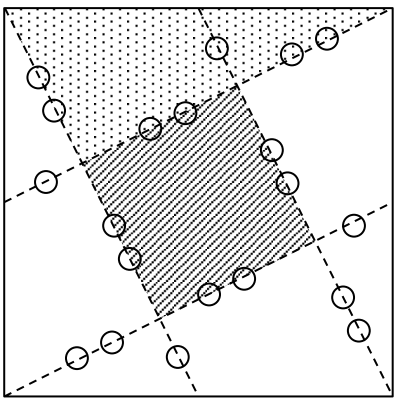




（３）４枚…$\frac{7}{150}$倍，５枚…$\frac{8}{75}$倍，６枚…$\frac{7}{150}$倍

（１）標準的な典型題なので説明は省きますが，図５のような長さの比が成り立ちます。模様をつけた直角三角形の面積と中央の正方形の面積は等しいので，中央の正方形の面積は折り紙の面積の$\frac{1}{5}$倍です。

図５



最難関問題

（２）図６のようにもとの正方形の折り紙をかきこみ，矢印のように折ると，重なりの枚数は１～３枚になります。次いで，図７，図８のようになります。なお，図６においてもとの正方形の折り紙を逆向きにかきこむと，図８において４と６の数字が入れかわります。

図６

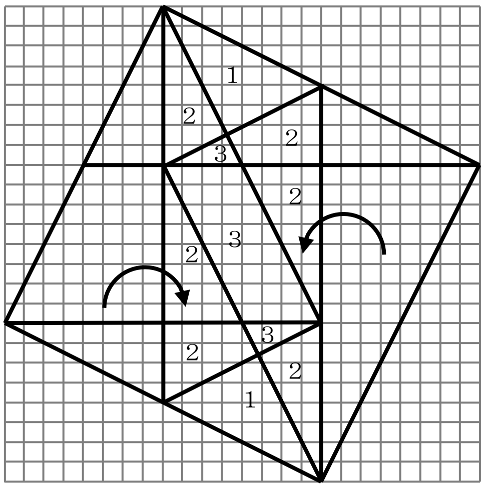


図７

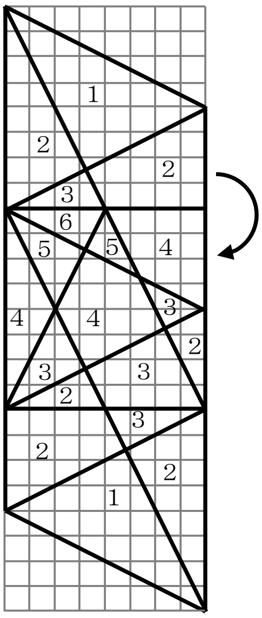
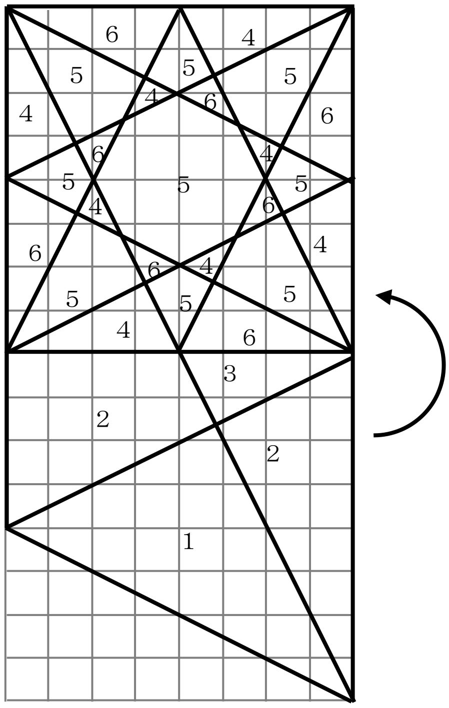


図８



最難関問題

（３）まず，図９のＡ～Ｅの面積をそれぞれ求めます。

○Ａの面積

図１０において影をつけた直角三角形の面積は，折った後の正方形の$\frac{1}{4}$倍，Ａの面積は直角三角形の$\frac{1}{5}$倍ですから，折った後の正方形の$\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$（倍）です。

○Ｂの面積

図１１において影をつけた二等辺三角形の面積は，折った後の正方形の$\frac{1}{8}$倍ですから，Ｂの面積は折った後の正方形の$\frac{1}{8}-\frac{1}{20}\times 2=\frac{1}{40}$（倍）です。

○Ｃの面積

図１２において影をつけた四角形の面積は，折った後の正方形の$\frac{1}{4}\times\left(1-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{6}$（倍）ですから，Ｃの面積は折った後の正方形の$\frac{1}{6}-\frac{1}{20}\times 2=\frac{1}{15}$（倍）です。

○Ｄの面積

図１３において影をつけた二等辺三角形の面積は，折った後の正方形の$\frac{1}{8}$倍ですから，Ｄの面積は折った後の正方形の$\frac{1}{8}-\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{15}\right)=\frac{1}{120}$（倍）です。

図９

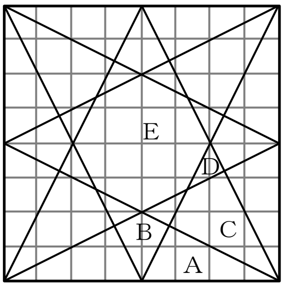


図１０

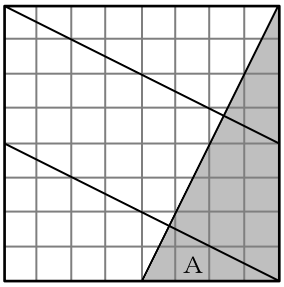


図１１

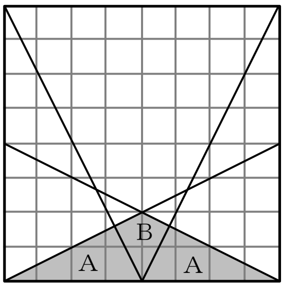


図１２

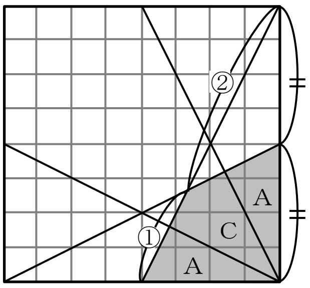
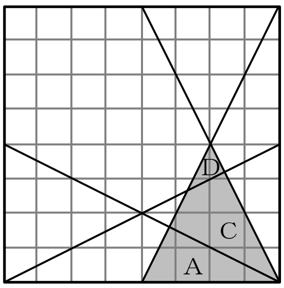


図１３



最難関問題

○Ｅの面積

折った後の正方形−（Ａ×８＋Ｂ×４＋Ｃ×４＋Ｄ×８）によって求められるので，

$1-\left(\frac{1}{20}\times 8+\frac{1}{40}\times 4+\frac{1}{15}\times 4+\frac{1}{120}\times 8\right)=\frac{1}{6}$（倍）です。

以上で折った後のそれぞれの部分の面積が求められたので，重なっている枚数ごとに面積の合計を求めます。

○４枚重なっている部分

ＡとＤが４か所ですから，$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{120}\right)\times 4=\frac{7}{30}$より，折った後の正方形の$\frac{7}{30}$倍です。折った後の正方形は正方形の折り紙の$\frac{1}{5}$倍の面積ですから，$\frac{7}{30}\times\frac{1}{5}=\frac{7}{150}$（倍）です。

○５枚重なっている部分

ＢとＣが４か所，Ｅが１か所ですから，$\left(\frac{1}{40}+\frac{1}{15}\right)\times 4+\frac{1}{6}=\frac{8}{15}$より，折った後の正方形の$\frac{8}{15}$倍です。折った後の正方形は正方形の折り紙の$\frac{1}{5}$倍の面積ですから，$\frac{8}{15}\times\frac{1}{5}=\frac{8}{75}$（倍）です。

○６枚重なっている部分

４枚重なっている部分と等しいので，$\frac{7}{150}$倍です。

最後に検算をしておきます。$\frac{7}{150}\times 4+\frac{8}{75}\times 5+\frac{7}{150}\times 6=1$より，重なっている部分の面積に重なっている枚数をかけると，１になってもとの正方形の折り紙に一致します。