



最難関問題

2023の問題・約数の順番

次の問いに答えなさい

(1)

① 2023の2番目に大きい約数を答えなさい。

② 2番目に大きい約数が①と同じになる整数は、2023を除いて何個ありますか。

(2)

① 2023の3番目に大きい約数を答えなさい。

② 3番目に大きい約数が①と同じになる整数を、2023を除いてすべて答えなさい。

(3)

① 2023の4番目に大きい約数を答えなさい。

② 4番目に大きい約数が①と同じになる整数は、2023を除いて何個ありますか。

最難関問題

2023の問題・約数の順番

- (1) ① 289 ② 6個 (2) ① 119 ② 476, 1309, 1547
(3) ① 17 ② 15個

(1)

① $2023 = 7 \times 17 \times 17$ なので、2番目に大きい約数は $17 \times 17 = 289$ です。

② 素因数分解をしたときに 17×17 が現れる整数を考えます。 $17 \times 17 \times \bigcirc$ の場合、約数が大きい順に、 $17 \times 17 \times \bigcirc$, 17×17 , $17 \times \bigcirc$, ... となればよいので、 \bigcirc は 17 以下の素数です。よって、 $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17$ の6個です。

$17 \times 17 \times \bigcirc \times \square$ の場合、 17×17 よりも大きい約数として、

$17 \times 17 \times \bigcirc \times \square$, $17 \times 17 \times \bigcirc$, $17 \times 17 \times \square$ があるので、条件を満たしません。

よって、6個です。

(2)

① $2023 = 7 \times 17 \times 17$ なので、3番目に大きい約数は $7 \times 17 = 119$ です。

② 素因数分解をしたときに、素数が何個現れるかで場合分けをします。

$7 \times 17 \times \bigcirc$ の場合

約数は大きい順に、 $7 \times 17 \times \bigcirc$, $17 \times \bigcirc$, 7×17 , ... となればよいので、 \bigcirc は 7 より大きい素数です。また、4番目以降に $7 \times \bigcirc$ がくるので、 \bigcirc は 17 以下の素数です。この条件を満たすのは、 $11, 13, 17$ の3個で、このとき元の整数は、 $7 \times 17 \times 11 = 1309$,

$7 \times 17 \times 13 = 1547$, $7 \times 17 \times 17 = 2023$ となるので、 1309 と 1547 が答えとなります。

$7 \times 17 \times \bigcirc \times \square$ の場合

7×17 よりも、 $7 \times 17 \times \bigcirc \times \square$, $7 \times 17 \times \bigcirc$, $7 \times 17 \times \square$ のほうが大きいので、 $\bigcirc = \square$ の場合のみ、条件を満たす可能性があります。この場合、約数は大きい順に、

$7 \times 17 \times \bigcirc \times \bigcirc$, $7 \times 17 \times \bigcirc$, 7×17 , $17 \times \bigcirc \times \bigcirc$, ... となります。 $\bigcirc \times \bigcirc$ は 7 より小さいので、 \bigcirc にあてはまる素数は 2 のみです。このとき元の整数は、 $7 \times 17 \times 2 \times 2 = 476$ です。

最難関問題

$7 \times 17 \times \bigcirc \times \bigcirc \times \bigcirc$ の場合

7×17 よりも、 $7 \times 17 \times \bigcirc \times \bigcirc \times \bigcirc$ 、 $7 \times 17 \times \bigcirc \times \bigcirc$ 、 $7 \times 17 \times \bigcirc$ の方が大きいので、素数が5個以上現れる場合は条件を満たしません。

以上より、476、1309、1547の3個が答えです。

(3)

① $2023 = 7 \times 17 \times 17$ なので、4番目に大きい約数は17です。

② 素因数分解をしたときの形で場合分けをします。まず17が2個以上現れる場合を、次に17が1個だけ現れる場合を考えます。

$17 \times 17 \times \bigcirc \times \dots$ の場合

素因数分解をしたときに17がちょうど2個現れる場合、それ以外の素数が1個であれば、約数は大きい順に、 $17 \times 17 \times \bigcirc$ 、 17×17 、 $17 \times \bigcirc$ 、 17 、 $\bigcirc \dots$ となればよいので、 \bigcirc は17より小さい素数です。よって、 $17 \times 17 \times 2$ 、 $17 \times 17 \times 3$ 、 $17 \times 17 \times 5$ 、 $17 \times 17 \times 11$ 、 $17 \times 17 \times 13$ の5個が条件を満たします。

また、17以外の素数が2個以上ある場合は、17より大きい約数がこれより増えてしまうため、条件を満たしません。

$17 \times 17 \times 17 \times \dots \times \bigcirc \times \dots$ の場合

素因数分解をしたときに17が3個以上現れる場合です。

$17 \times 17 \times 17$ の場合、約数は大きい順に、 $17 \times 17 \times 17$ 、 17×17 、 17 となるので条件を満たしません。

$17 \times 17 \times 17 \times \bigcirc$ の場合、約数は大きい順に、 $17 \times 17 \times 17 \times \bigcirc$ 、 $17 \times 17 \times 17$ 、 $17 \times 17 \times \bigcirc$ 、 17×17 、 $17 \times \bigcirc$ 、 17 、 \bigcirc 、 1 となりますが、 $\bigcirc = 17$ であれば、 $17 \times 17 \times 17 \times 17$ 、 $17 \times 17 \times 17$ 、 17×17 、 17 となって条件を満たします。よって、17を4個かけた $17 \times 17 \times 17 \times 17$ の1個のみが条件を満たします。

最難関問題

$17 \times \bigcirc \times \triangle$ の場合

$\bigcirc \neq \triangle$ の場合と $\bigcirc = \triangle$ の場合で分けて考えます。

$\bigcirc \neq \triangle$ の場合、 $17 \times \bigcirc \times \triangle$ 、 $17 \times \bigcirc$ 、 $17 \times \triangle$ 、 17 、 $\bigcirc \times \triangle$ となればよいので、 $\bigcirc \times \triangle$ が 17 より小さくなります。よって、 $17 \times 2 \times 3$ 、 $17 \times 2 \times 5$ 、 $17 \times 2 \times 7$ 、 $17 \times 3 \times 5$ の 4 個が条件を満たします。

$\bigcirc = \triangle$ の場合、 $17 \times \bigcirc \times \bigcirc$ 、 $17 \times \bigcirc$ 、 $\bigcirc \times \bigcirc$ 、 17 、 \bigcirc となればよいので、 $\bigcirc \times \bigcirc > 17 > \bigcirc$ です。よって、 $17 \times 5 \times 5$ 、 $17 \times 7 \times 7$ 、 $17 \times 11 \times 11$ 、 $17 \times 13 \times 13$ の 4 個が条件を満たします。

$17 \times \bigcirc \times \triangle \times \square$ の場合

$17 \times \bigcirc \times \triangle \times \square$ と 17 の間には、 $17 \times \bigcirc \times \triangle$ 、 $17 \times \bigcirc \times \square$ 、 $17 \times \triangle \times \square$ 、 $17 \times \bigcirc$ 、 $17 \times \triangle$ 、 $17 \times \square$ が入ります。よって、 $\bigcirc = \triangle = \square$ の場合のみ条件を満たします。このとき約数は大きい順に、 $17 \times \bigcirc \times \bigcirc \times \bigcirc$ 、 $17 \times \bigcirc \times \bigcirc$ 、 $17 \times \bigcirc$ 、 17 、 $\bigcirc \times \bigcirc \times \bigcirc$ となればよいので、 $17 > \bigcirc \times \bigcirc \times \bigcirc$ です。よって、 $17 \times 2 \times 2 \times 2$ の 1 個が条件を満たします。

以上より、 $5 + 1 + 4 + 4 + 1 = 15$ (個) が答えとなります。