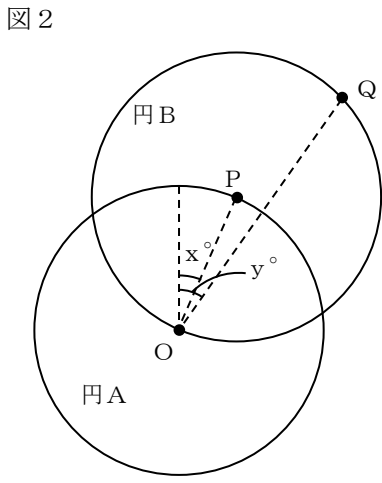
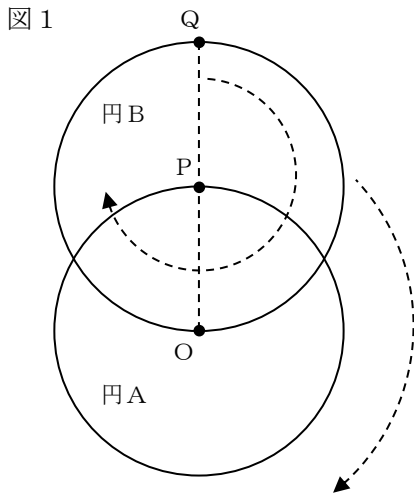


最難関問題

周転円

半径の等しい2つの円AとBがあり、円Aの中心Oと円Bの中心P、円Bの円周上の点Qは、最初は図1のように一直線上にあります。円Bは中心Pが常に円Aの円周上にあるように時計回りに360度進みます。その際、円B自身も時計回りに回転します。円Bが回転する角度は、円Bが円Aの周りを進む角度の2倍です。図2のように円Bが円Aの周りをx度進むと、点Qは中心Oからy度進んで見えます。次の問いに答えなさい。



- (1) 円Bが円Aの周りを45度進むと、点Qは中心Oから何度進んで見えますか。
- (2) 円Bが円Aの周りを210度進むと、点Qは中心Oから何度進んで見えますか。
- (3) 点Qが中心Oから267度進んで見えるとき、円Bは円Aの周りを何度進んでいますか。

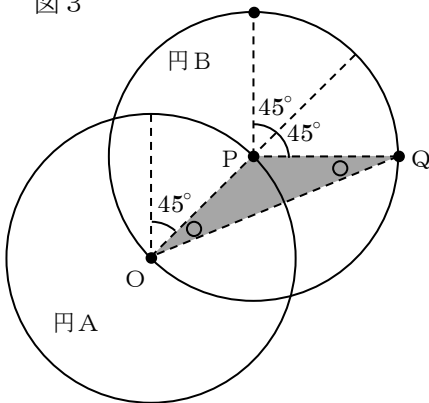
最難関問題

周転円 (1) 67.5度 (2) 135度 (3) 178度, 298度

周転円とは、天動説で惑星の動きを説明するための仮説に用いられた装置です。天動説に当てはめると、点Oが地球、点Qが惑星、円Aは従円といい、円Bが周転円となります（もっとも、この問題のように従円と周転円の半径が等しいと惑星が地球に衝突してしまいます！）。

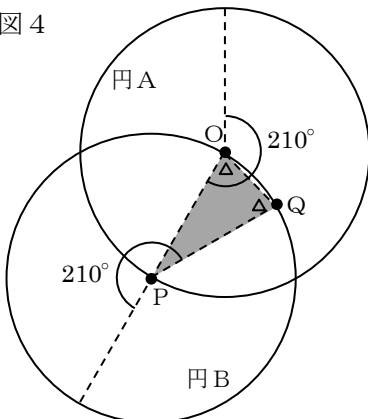
- (1) 円Bが45度進むと、図3のように点Qは $45 \times 2 = 90$ （度）進みます。三角形PQOは $PQ = PO$ の二等辺三角形ですから、図の○の大きさは $45 \div 2 = 22.5$ （度）です。
よって、点Qは点Oから、 $45 + 22.5 = 67.5$ （度）進んで見えます。

図3



- (2) 円Bが210度進むと、図4のように点Qは $210 \times 2 = 420$ （度）進みます。三角形PQOは $PQ = PO$ の二等辺三角形で、頂角の外角の大きさは $360 - 180 = 150$ （度）です。よって図の△の大きさは $150 \div 2 = 75$ （度）です。
よって、点Qは点Oから、 $210 - 75 = 135$ （度）進んで見えます。

図4



最難関問題

(3) 答えが2つあることに気づいて欲しいので、あえて問題文には「すべて答えなさい。」とは書いていません。(1)では円Bが45度進むのに対して点Qは67.5度進んで見えます。円Bの回転が円Bの移動の「2倍速い」ので、点Qが円Bより進んで見えるのはもっともに思えます。ところが、(2)では円Bが210度進んでいるのに点Qは135度しか進んで見えません。そこでまず、点Qが180度進んで見える場合を考えてみましょう。

(1)において、67.5度は $45 + 45 \div 2$ によって求めることができました。つまり、円Bの進んだ角度の1.5倍が、点Oから見える点Qの位置になっています。 $180 \div 1.5 = 120$ より、円Bが120度進んだときを考えると、図5のようになって点Qは180度進んで見えます。

では、円Bが180度進むとどうなるでしょうか。図6のように、円Bが360度回転するので、点Qは点Oと重なります。

今度は図5と図6の中間段階、円Bが120度より大きく180度未満進んだ場合を考えてみます。すると、おおむね図7のようになって、点Qは180度より進んで見えます。ただし、この場合も $\Delta = x \div 2 = 0.5 \times x$ ですから、Qは $x + 0.5 \times x = 1.5 \times x$ (度) 進んで見えます。

よって、円Bの進んだ角度が180度未満のとき、点Qはその1.5倍進んで見えるということが出来ます。

図5

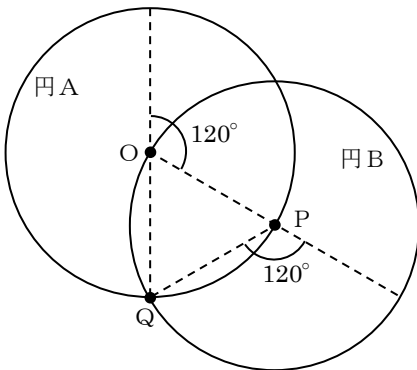


図6

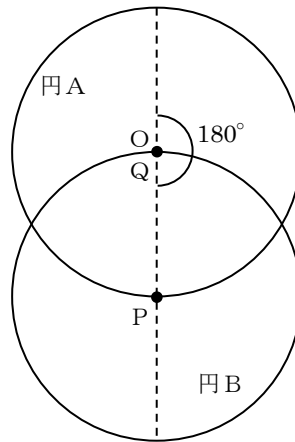
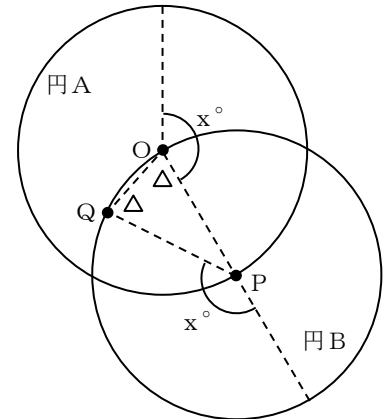


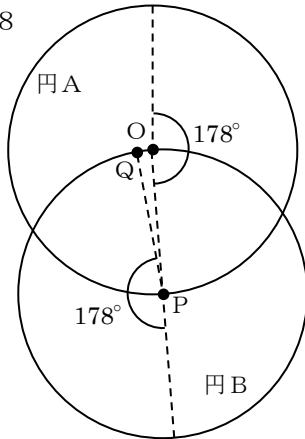
図7



最難関問題

このことから、 $267 \div 1.5 = 178$ より、図8のように円Bが178度進んだときに点Qは267度進んで見えることがわかります。

図8



次に、円Bの進んだ角度が180度より大きい場合を考えます。(2)のように円Bが180度よりやや多く進み、点Qが点Oより左側に見える場合、図9において△の大きさは $(360 - x) \div 2 = 180 - 0.5 \times x$ (度) ですから、点Qは点Oから、 $x - (180 - 0.5 \times x) = 1.5 \times x - 180$ (度) 進んで見えます。円Bが240度進むと、図10において△の大きさは $(360 - 240) \div 2 = 60$ (度) となるので、点Qは $240 - 60 = 180$ (度) 進んで見えます。さらに円Bが進むと図11のようになり、ここでも△の大きさは $(360 - x) \div 2 = 180 - 0.5 \times x$ (度) ですから、点Qは点Oから、 $x - (180 - 0.5 \times x) = 1.5 \times x - 180$ (度) 進んで見えます。

図9

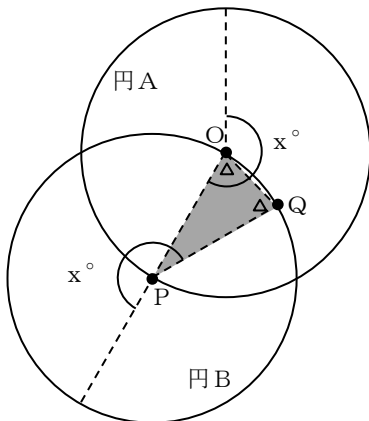


図10

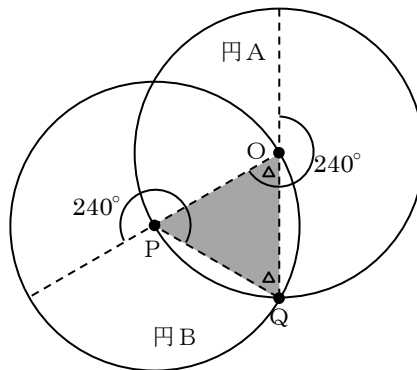
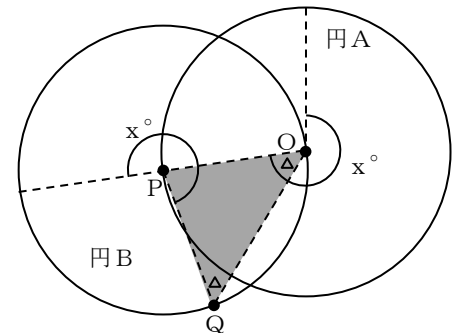


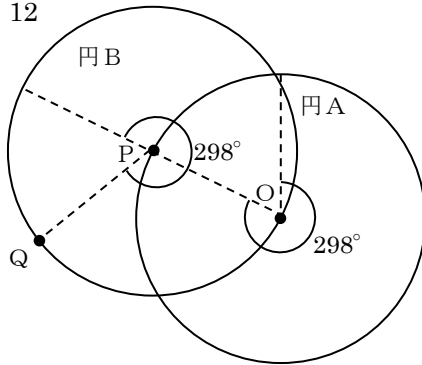
図11



最難関問題

$1.5 \times x - 180 = 267$ より, $(267 + 180) \div 1.5 = 298$ より, 図 12 のように円 B が 298 度進んだときに点 Q は 267 度進んで見えることがわかります。

図 12



以上より, 178 度, 298 度です。