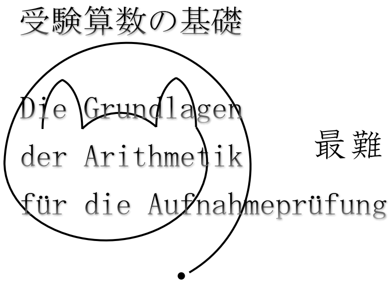
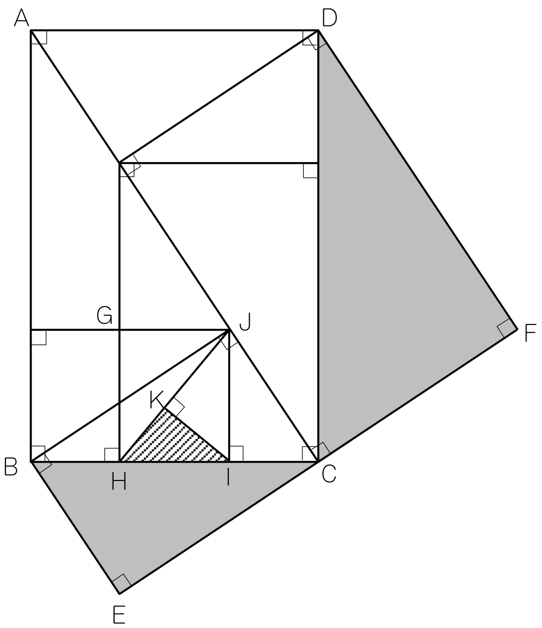


最難関問題

長方形の入れ子

下の図は長方形をいくつも組み合わせたものです。影をつけた三角形ＢＣＥとＣＤＦの面積の比は２：５です。



（１）長方形ＧＨＩＪの面積は，長方形ＡＢＣＤの面積の何倍ですか。

（２）斜線部分の三角形ＨＩＫの面積は，長方形ＡＢＣＤの面積の何倍ですか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

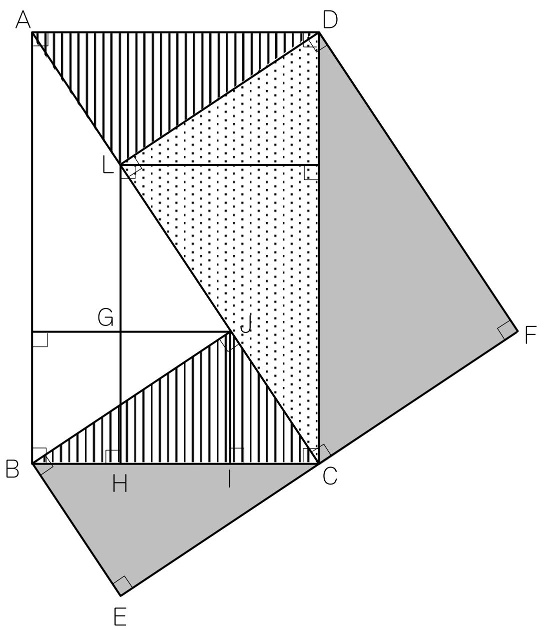
最難関問題

長方形の入れ子　（１）$\frac{6}{49}$倍　（２）$\frac{27}{931}$倍

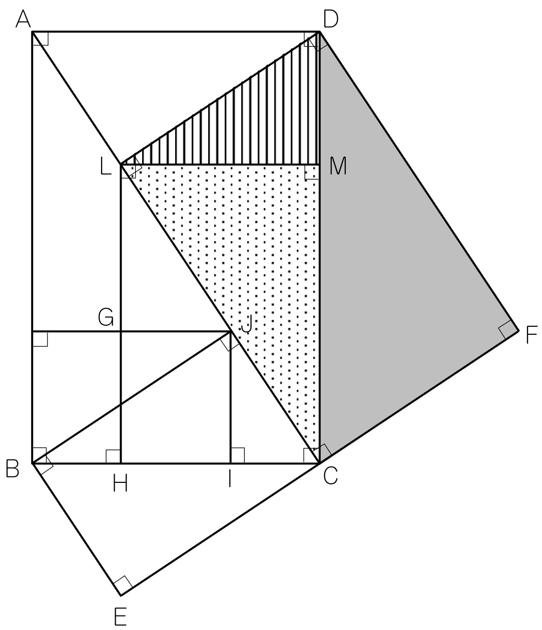
（１）図①において，網目部分の三角形は三角形ＣＤＦと合同であり，縦線の部分の三角形は三角形ＢＣＥと合同です。よって，三角形ＣＤＦの面積は三角形ＡＣＤの面積の$\frac{5}{7}$倍，三角形ＢＣＥの面積は三角形ＡＣＤの面積の$\frac{2}{7}$倍です。そのため，長方形ＣＬＤＦの面積は長方形ＡＢＣＤの面積の$\frac{5}{7}$倍，長方形ＢＪＣＥの面積は長方形ＡＢＣＤの面積の$\frac{2}{7}$倍です。

図②において，同様に縦線の部分の三角形ＤＬＭとあみ目部分の三角形ＬＭＣの面積は２：５となるので，長方形ＬＨＣＭの面積は長方形ＣＬＤＦの面積の$\frac{5}{7}$倍です。よって，長方形ＬＨＣＭの面積は長方形ＡＢＣＤの面積の$\frac{5}{7}\times\frac{5}{7}=\frac{25}{49}$（倍）であり，長方形ＬＨＣＭと長方形ＡＢＣＤは５：７の相似です。こうして，ＬＭの長さはＡＤの長さの$\frac{5}{7}$倍となります。

図①



図②

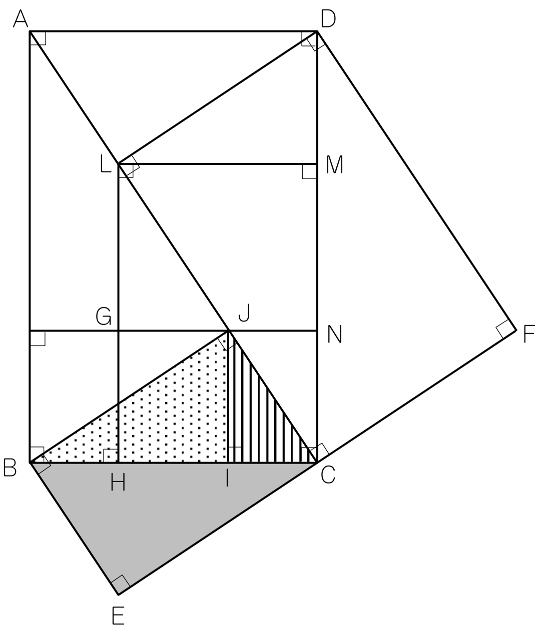


最難関問題

同様に，図③において縦線の部分の三角形ＣＪＩとあみ目部分の三角形ＪＢＩの面積は２：５となるので，長方形ＪＩＣＮの面積は長方形ＪＢＥＣの面積の$\frac{2}{7}$倍です。よって，長方形ＪＩＣＮの面積は長方形ＡＢＣＤの面積の$\frac{2}{7}\times\frac{2}{7}=\frac{4}{49}$（倍）であり，長方形ＪＩＣＮと長方形ＡＢＣＤは２：７の相似です。こうして，ＪＮの長さはＡＤの長さの$\frac{2}{7}$倍，ＪＩの長さはＡＢの長さの$\frac{2}{7}$倍となります。

ＧＪの長さはＡＤの長さの，$\frac{5}{7}-\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$（倍）なので，長方形ＧＨＩＪの面積は長方形ＡＢＣＤの面積の$\frac{3}{7}\times\frac{2}{7}=\frac{6}{49}$（倍）です。

図③



最難関問題

（２）改めて，図④の縦線の部分の三角形ＡＬＤとあみ目部分の三角形ＬＣＤについて考えてみます。

ＡＤ：ＤＣ＝○：△とすると，ＡＬ：ＬＤ＝ＬＤ：ＬＣ＝○：△なので，

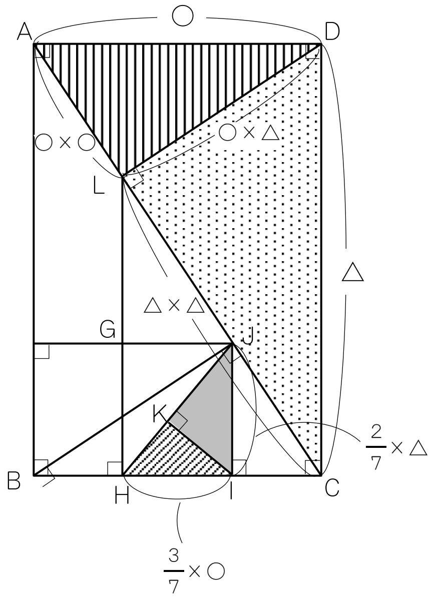
ＡＬ：ＬＤ：ＬＣ＝（○×○）：（○×△）：（△×△）です。縦線の部分の三角形ＡＬＤとあみ目部分の三角形ＬＣＤの面積の比が２：５であることから，（○×○）：（△×△）＝２：５です。

ここで，斜線部分の三角形ＨＩＫと影をつけた三角形ＫＩＪに注目します。（１）よりＨＩの長さは $\frac{3}{7}\times\bigcirc$，ＪＩの長さは $\frac{2}{7}\times\triangle$ なので，三角形ＨＩＫとＫＩＪの面積の比は，

$$\left(\frac{3}{7}\times\bigcirc\times\frac{3}{7}\times\bigcirc\right):\left(\frac{2}{7}\times\triangle\times\frac{2}{7}\times\triangle\right)=\left(\frac{9}{49}\times\bigcirc\times\bigcirc\right):\left(\frac{4}{49}\times\triangle\times\triangle\right)$$

$$=\left(\frac{9}{49}\times2\right):\left(\frac{4}{49}\times5\right)=9:10$$ となります。

図④



（１）より長方形ＧＨＩＪの面積は長方形ＡＢＣＤの面積の $\frac{6}{49}$ 倍なので，三角形ＨＩＫの面積は長方形ＡＢＣＤの面積の，$\frac{6}{49}\times\frac{1}{2}\times\frac{9}{9+10}=\frac{27}{931}$（倍）です。