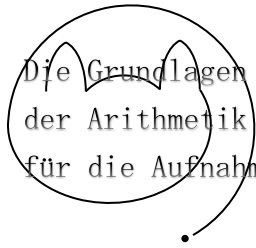


# 受験算数の基礎



## 最難関問題

### 分母31の分数と循環小数

$\frac{1}{31}$ を小数で表すと、 $0.\overline{032258064516129}03225\dots$ となり、 $\square$ で囲った15けたを繰り返します。この小数を $\langle 1 \rangle$ とします。そして、 $\square$ で囲った2番目の数である3から15けたを繰り返す小数 $0.32258064516129032258\dots$ を $\langle 2 \rangle$ とします。同様に、  
 $\langle 3 \rangle = 0.22580645161290322580\dots$   
 $\langle 4 \rangle = 0.25806451612903225806\dots$   
 $\langle 15 \rangle = 0.90322580645161290322\dots$   
とし、 $\langle \rangle$ に入る数は1以上15以下の整数のみとします。次の問いに答えなさい。

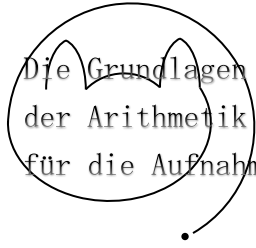
(1)  $\langle 3 \rangle$ 、 $\langle 12 \rangle$ をそれぞれ分数で表しなさい。

(2)  $\langle 1 \rangle + \langle 6 \rangle + \langle 11 \rangle$ を計算すると、

$$\begin{array}{r} 0.032258064516129\dots \\ 0.806451612903225\dots \\ + 0.161290322580645\dots \\ \hline 0.999999999999999\dots \end{array}$$

となります。これ以外で、 $\langle 1 \rangle + \langle \text{ア} \rangle + \langle \text{イ} \rangle = 0.99999\dots$ となる $\langle \text{ア} \rangle$ 、 $\langle \text{イ} \rangle$ の組み合わせをすべて答えなさい。

なお、 $1 \div 3 \times 3 = 1$ 、 $1 \div 3 \times 3 = 0.33333\dots \times 3 = 0.99999\dots$ となることからわかるように、 $0.99999\dots$ と9が無限に続く小数は、1に等しくなります。



最難関問題

分母 31 の分数と循環小数

$$(1) \langle 3 \rangle = \frac{7}{31}, \quad \langle 12 \rangle = \frac{19}{31}$$

$$(2) \langle 1 \rangle + \langle 7 \rangle + \langle 15 \rangle, \quad \langle 1 \rangle + \langle 2 \rangle + \langle 8 \rangle, \quad \langle 1 \rangle + \langle 9 \rangle + \langle 10 \rangle$$

(1)  $\langle 3 \rangle = 0.225806451612903\dots$  は,  $\frac{1}{31} = 0.032258064516129\dots$  に

おいて小数第 3 位から並ぶ数が, 小数第 1 位から並んでいるので,

$$\frac{1}{31} \times 100 = 3.225806451612903\dots \text{ の非整数部分ですから, } \frac{100}{31} = 3\frac{7}{31} \text{ の分数}$$

部分である,  $\frac{7}{31}$  が答えとなります。

$\langle 12 \rangle$  についても同様にして,  $\frac{1}{31} \times 1000000000000$  の非整数部分を求めればよいのですが, 多少の工夫を考えると, 次のようになります。

$$\text{まず, } \langle 1 \rangle = \frac{1}{31}, \quad \langle 2 \rangle = \frac{1}{31} \times 10 = \frac{10}{31}, \quad \langle 3 \rangle \text{ は } \frac{1}{31} \times 100 = 3\frac{7}{31} \text{ より } \frac{7}{31} \text{ です。}$$

$\langle 4 \rangle$  については, 100 を 31 で割った余りが 7 なので,  $100 \times 10 = 1000$  を 31 で割った余りは,  $7 \times 10$  を 31 で割った余りを求めて, 8 となることから,  $\langle 4 \rangle = \frac{8}{31}$  です。同様に,

$$8 \times 10 \text{ を } 31 \text{ で割った余りが } 18 \text{ であることから } \langle 5 \rangle = \frac{18}{31},$$

$$18 \times 10 \text{ を } 31 \text{ で割った余りが } 25 \text{ であることから } \langle 6 \rangle = \frac{25}{31}, \dots \text{ となります。}$$

こうして,  $\langle n \rangle = \frac{m}{31}$  となる  $n$  と  $m$  の組み合わせは, 次のようになり,  $\langle 12 \rangle = \frac{19}{31}$  です。

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
m	1	10	7	8	18	25	2	20	14	16	5	19	4	9	28

$$(2) \langle 1 \rangle + \langle 6 \rangle + \langle 11 \rangle = \frac{1}{31} + \frac{25}{31} + \frac{5}{31} = \frac{31}{31} = 1 \text{ となるので, 小数で表すと } 0.99999$$

…となります。よって,  $\langle 1 \rangle + \langle \text{ア} \rangle + \langle \text{イ} \rangle = 1 + A + B = 31$  となり, AとBが(1)の表のmにあてはまる場合をすべて答えます。条件を満たすのは,

(A, B) = (2, 28), (10, 20), (14, 16) の場合なので,

$\langle 1 \rangle + \langle 7 \rangle + \langle 15 \rangle$ ,  $\langle 1 \rangle + \langle 2 \rangle + \langle 8 \rangle$ ,  $\langle 1 \rangle + \langle 9 \rangle + \langle 10 \rangle$  です。