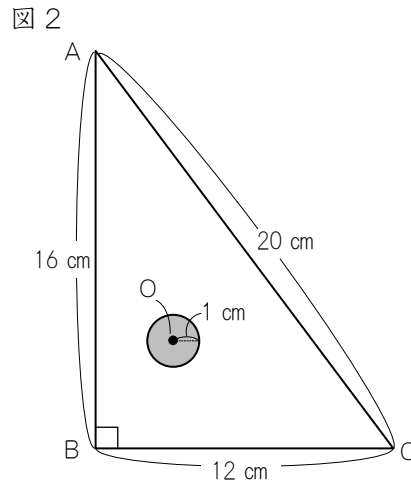
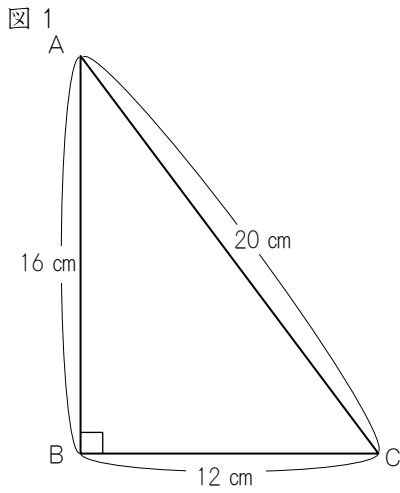


最難関問題

近さの範囲・直角三角形

図1のような直角三角形ABCがあります。



- (1) 直角三角形ABCの内部で、最も近い頂点がAである部分をAの近所とよぶことにします。
Aの近所、Bの近所、Cの近所の面積はそれぞれ何 cm^2 になりますか。

次に、図2のように直角三角形ABCの内部を、半径1 cmの円が自由に動きます。

- (2) 円の中心Oが通過できる範囲の面積は何 cm^2 ですか。
- (3) 円がAの近所の内部のみ、Bの近所の内部のみ、Cの近所の内部のみを動くとき、円の中心Oが通過できる範囲の面積はそれぞれ何 cm^2 ですか。
- (4) 円がAの近所、Bの近所、Cの近所の3つの部分にまたがって動くとき、円の中心Oが通過できる範囲の面積は何 cm^2 ですか。

最難関問題

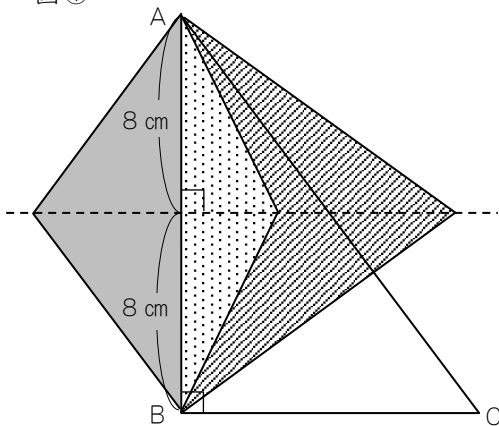
近さの範囲・直角三角形

(1) $A \cdots 24 \text{ cm}^2$, $B \cdots 48 \text{ cm}^2$, $C \cdots 24 \text{ cm}^2$ (2) 54 cm^2

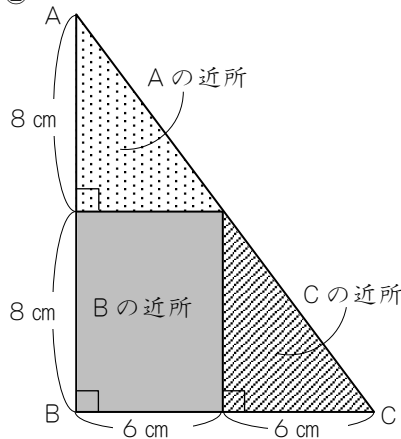
(3) $A \cdots 6 \text{ cm}^2$, $B \cdots 24 \text{ cm}^2$, $C \cdots 6 \text{ cm}^2$ (4) $\frac{1}{6} \text{ cm}^2$

(1) 辺 AB を底辺とする二等辺三角形のもう 1 つの頂点は、図①のように辺 AB の中点を通って辺 AB と垂直に交わる直線上に並びます。この直線によって、平面は頂点 A に近い部分と B に近い部分に分かれます。よって、直角三角形 ABC の内部では、 A 、 B 、 C の近所は図②のように分かります。

図①



図②

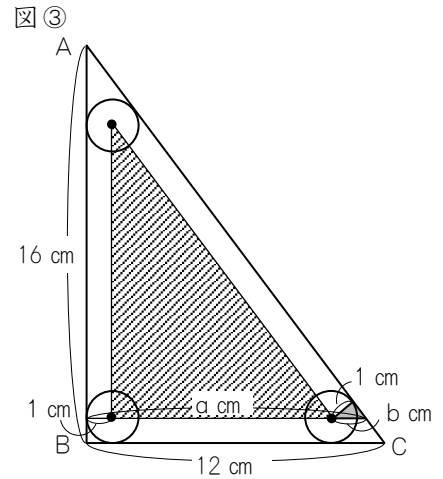


よって、 A の近所は $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$ 、 B の近所は $6 \times 8 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$ 、

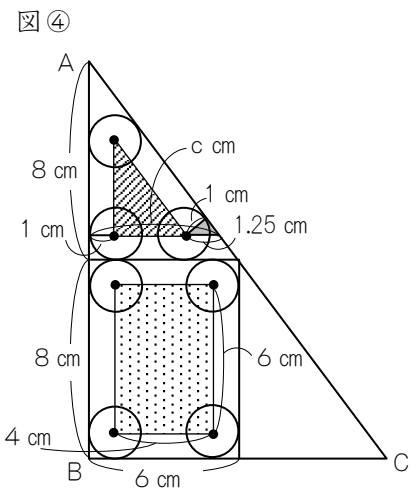
C の近所は $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

最難関問題

(2) 図③の斜線部分が、円の中心Oが通過できる範囲です。斜線部分の直角三角形は、3辺とも三角形ABCと平行なので、三角形ABCと相似です。図のaの長さは $12 \times \frac{1.5}{1.6} = 11.25$ (cm) です。また影をつけた直角三角形も三角形ABCと相似なので、bの長さは $1 \times \frac{5}{4} = 1.25$ (cm) です。
 $11.25 - (1 + 1.25) = 9$ より、斜線部分の直角三角形は底辺が9cmで高さが $9 \times \frac{4}{3} = 12$ (cm) ですから、面積は $9 \times 12 \times \frac{1}{2} = 54$ (cm²) です。



(3) 円がAの近所の内部のみ、Bの近所の内部のみを動くときの、円の中心Oが通過できる範囲は図④のようになります。Cの近所の内部のみを動く場合は、Aの近所の内部のみを動く場合と同様になります。図においてcの長さは $6 \times \frac{7}{8} = 5.25$ (cm) です。
 $5.25 - (1 + 1.25) = 3$ より、斜線部分の直角三角形は底辺が3cmで高さが $3 \times \frac{4}{3} = 4$ (cm) ですから、面積は $3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6$ (cm²) です。



また、あみ目部分の面積は $6 \times 4 = 24$ (cm²) です。

よって、円がAおよびCの近所の内部のみを動くときに円の中心Oが通過できる範囲は 6 cm^2 、Bの近所の内部のみを動くときに円の中心Oが通過できる範囲は 24 cm^2 となります。

最難関問題

(4) 円が図⑤の影をつけた位置から上に動くときAの近所とBの近所にまたがり、右に動くときBの近所とCの近所にまたがるので、右上に動くことでA、B、Cの近所にまたがります。よって、図⑥のように直角三角形ABCの3辺に平行な3本の点線に囲まれた部分に円の中心があれば、条件を満たします。図

⑥においてdの長さは $5.75 \times \frac{4}{3} = 7\frac{2}{3}$ (cm) ですから、影をつけた直角三角形の高さは $7\frac{2}{3} - 7 = \frac{2}{3}$ (cm) です。影をつけた直角三角形は三角形ABCと相似ですから、底辺の長さは $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ (cm) なので、面積は $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ (cm²) です。

