



最難関問題

400以下の素数の個数

下の表のように数を並べ、素数のマスに影をつけました。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

この表を参考に、400以下の素数が何個あるかを答えなさい。

最難関問題

400以下の素数の個数 78個

表をもう少し続けると、右のようになり、素数の分布する場所はきま
ってきます。一番上の行を除くと、

- 当然のことながら、一番右の5の倍数の列には素数は現れない
- 6の倍数の上下にしか素数は現れない

となっています。というのも、6の倍数+0, +2, +3, +4である
整数は2か3の倍数になるため素数ではなく、素数であり得るのは6の
倍数+1か+5の整数で、6の倍数の上か下のマスに現れるからです。
ただし、例えば右の表において49のように、2, 3, 5以外の素数だ
けの積となっている数は除きます。

このことを利用して、400以下の素数の個数を求めます。まず、右
の表において楕円で囲った6の倍数の上下のマスの8個の整数の組は、
楕円の最後が30の倍数になっていることに注目をして、
 $400 \div 30 = 13$ 余り 10 より 13組あり、表の一番下は次のようになります。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50
51	52	53	54	55
56	57	58	59	60

				390
391	392	393	394	395
396	397	398	399	400

よって、 $8 \times 13 = 104$ (個) から一番上の行の1を除いて2, 3, 5, 391, 397を加えて、
 $104 - 1 + 5 = 108$ (個) になります。

ここから7以上の素数のみの積となっている数を除きます。まず、3個以上の素数の積となっている数は、
 $7 \times 7 \times 7 = 343$ の1個のみです。



最難関問題

残りは2個の素数の積です。400 = 20 × 20であることから、素数の一方は20以下となります。ここから表をつくって400以下となるものを求めると、次の表の影をつけた部分のマスに入る数となりますから、13 + 7 + 5 + 3 + 1 = 29 (個)です。

	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	
7														371	413
	11							341	407						
		13					377	403							
			17			391	493								
				19	361	437									

以上より、108 - (1 + 29) = 78 (個)です。