



最難関問題

2023の問題・商の整数部分

$$\frac{2023}{1}, \frac{2023}{2}, \frac{2023}{3}, \frac{2023}{4}, \dots, \frac{2023}{2022}, \frac{2023}{2023}$$

という、分子が2023の仮分数の整数部分を考えます。

$$\frac{2023}{1} = 2023 \text{ なので, } \frac{2023}{1} \text{ の整数部分は } 2023.$$

$$\frac{2023}{2} = 1011\frac{1}{2} \text{ なので, } \frac{2023}{2} \text{ の整数部分は } 1011 \text{ です.}$$

(1) $\frac{2023}{A}$ と $\frac{2023}{A+1}$ の整数部分の差が1であるとき、Aにあてはまる最も大きい数を答えなさい。

(2) $\frac{2023}{B}$ と $\frac{2023}{B+1}$ の整数部分が等しいとき、Bにあてはまる最も小さい数を答えなさい。

(3) $\frac{2023}{C}$ と $\frac{2023}{C+1}$ の整数部分の差が1であるとき、Cにあてはまる最も小さい数を答えなさい。

最難関問題

2023の問題・商の整数部分 (1) 1011 (2) 46 (3) 35

(1) $2023 \div 2 = 1011.5$ より, $\frac{2023}{1011} = 2\frac{1}{1011}$, $\frac{2023}{1012} = 1\frac{1011}{1012}$ となるので, Aにあてはまる最も大きい数は1011です。

(2) $\frac{2023}{B} - \frac{2023}{B+1} = \frac{2023 \times (B+1) - 2023 \times B}{B \times (B+1)} = \frac{2023}{B \times (B+1)}$ です。 $\frac{2023}{B}$ と

$\frac{2023}{B+1}$ の整数部分が等しいためには,

$\frac{2023}{B \times (B+1)} < 1$ でなければならないので, $B \times (B+1)$ は2023より大きい整数です。連続する2つの整数の積が2023を超えるのは, $45 \times 46 = 2070$ のときです。よって, Bは45以上です。

$$2023 \div 45 = 44.9\dots,$$

$$2023 \div 46 = 43.9\dots,$$

$$2023 \div 47 = 43.0\dots,$$

となるので, Bにあてはまる最も小さい数は46です。

(3) $\frac{2023}{C} - \frac{2023}{C+1} = \frac{2023}{C \times (C+1)}$ です。 $\frac{2023}{C}$ と $\frac{2023}{C+1}$ の整数部分の差が1となるために

は, $\frac{2023}{C \times (C+1)} < 2$ でなければならないので, $C \times (C+1)$ は $2023 \div 2 = 1011.5$ より大きい整数です。連続する2つの整数の積が1011.5を超えるのは, $32 \times 33 = 1056$ のときです。よって, Cは32以上です。

$$2023 \div 32 = 63.2\dots,$$

$$2023 \div 33 = 61.3\dots,$$

$$2023 \div 34 = 59.5,$$

$$2023 \div 35 = 57.8,$$

$$2023 \div 36 = 56.1\dots,$$

となるので, Cにあてはまる最も小さい数は35です。