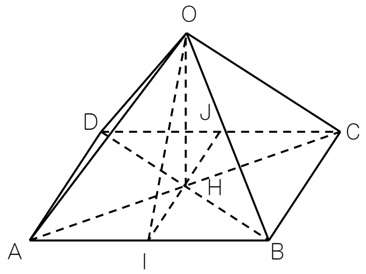
最難関問題

四角すいの回転運動

　下の図の四角すいＯ－ＡＢＣＤにおいて，１辺６㎝の正方形ＡＢＣＤの対角線の交点をＨとすると，ＯＨの長さは４㎝になり，正方形ＡＢＣＤと垂直に交わります。また，Ｈを通って辺ＢＣと平行な直線を引き，辺ＡＢとの交点をＩ，辺ＣＤとの交点をＪとすると，ＯＩの長さは５㎝になります。円周率を３.１４として，以下の問いに答えなさい。



（１）ＩＪを軸として四角すいＯ－ＡＢＣＤを１回転させることでできる立体の体積を求めなさい。

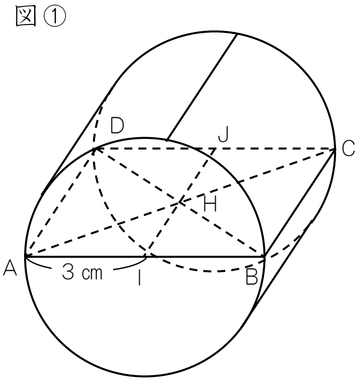
（２）ＢＣを軸として四角すいＯ－ＡＢＣＤを１回転させます。
　①　四角すいＯ－ＡＢＣＤが通過することでできる立体の体積を求めなさい。
　②　面ＯＡＤが通過することでできる立体の体積を求めなさい。

最難関問題

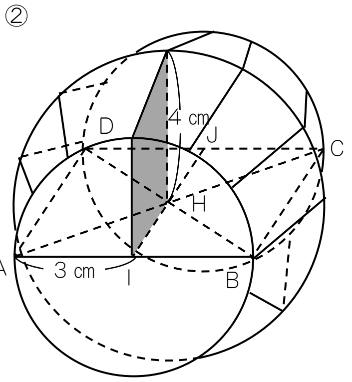
四角すいの回転運動　（１）２３２.３６㎤　（２）①　６７８.２４㎤　②１０６.７６㎤

（１）回転軸であるＩＪから最も離れた点である，点Ａ（とＢ），点Ｄ（とＣ），点Ｏが通過したあとを考えます。まず，辺ＡＤが通過したあととＩＪを結ぶと，図①のような底面の半径が３㎝で高さが６㎝の円柱になります。点Ｏが通過したあとはＨを中心とする半径４㎝の円になるので，この円を図①の円柱を組みあわせると，図②のような円盤状の立体になります。

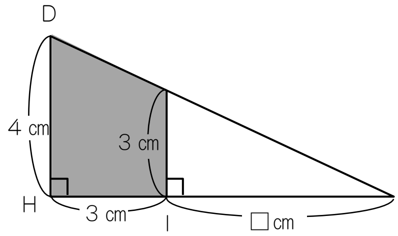
図①



図②



図③



図②の立体は，図②において影をつけた四角形を一回転させてできる円すい台を前後に２個組み合わせた形になっています。この四角形をかきぬくと，図③のようになります。３：□＝４：（３＋□）より，□＝９なので，影をつけた四角形を一回転させてできる円すい台２個分の体積は，

$$\left\{4\times4\times3.14\times(3+9)\times\frac{1}{3}-3\times3\times3.14\times9\times\frac{1}{3}\right\}\times2=74\times3.14$$

＝２３２.３６（㎤）です。

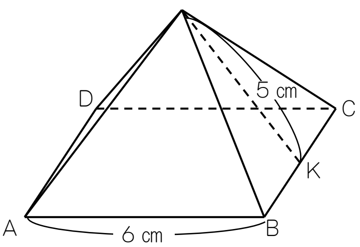
最難関問題

（２）

①　図④のように，回転軸ＢＣからの距離は，辺ＢＣの中点をＫとすると，ＯＫが５㎝であるのに対して，ＡＢ，ＤＣは６㎝です。よって，ＢＣを軸として四角すいを回転させてできる立体は底面の半径が６㎝で高さが６㎝の円柱になります。その体積は，

$6\times6\times3.14\times6=216\times3.14=678.24$（$\mathrm{cm}^3$）です。

図④

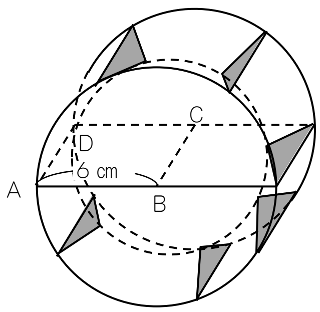


②　面ＯＡＤが通過する部分は，図⑤において影をつけた三角形が通過する部分になります。この三角形を取り出して考えると，図⑥になります。図⑦において斜線部分を回転させてできる立体の体積は，

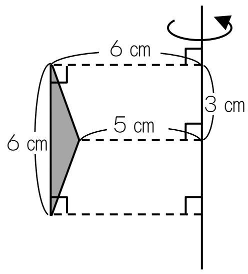
$6\times6\times3.14\times18\times\frac{1}{3}-5\times5\times3.14\times15\times\frac{1}{3}=91\times3.14$（$\mathrm{cm}^3$）なので，①で求めた円柱からこの立体２個分の体積をひいて，

$216\times3.14-91\times3.14\times2=34\times3.14=106.76$（$\mathrm{cm}^3$）です。

図⑤



図⑥



図⑦