受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

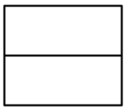
最難関問題

年間カレンダーの問題・３

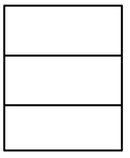
１年間の日付けを１つにまとめたカレンダーがあります。この年は平年で，１月１日は金曜日です。下の図はこのカレンダーの１月と２月の最初までをぬきだしたものです。

日	月	火	水	木	金	土
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
１０	１１	１２	１３	１４	１５	１６
１７	１８	１９	２０	２１	２２	２３
２４	２５	２６	２７	２８	２９	３０
３１	1	2	3	4	5	6

（１）右の図のたて２マスの枠によってカレンダーの２つの日付けを囲み，その和を求めます。和を７で割ったときに余りが奇数となるような枠の置き方は何通りありますか。



（２）右の図のたて３マスの枠によってカレンダーの３つの日付けを囲み，その和を求めます。和を７で割ったときに余りが奇数となるような枠の置き方は何通りありますか。



最難関問題

年間カレンダーの問題・３　（１）１４１通り　（２）１４９通り

（１）右の図の○，△が同じ月か異なる月かで場合分けをします。

○
△

同じ月の場合

同じ月の場合，○と△は同じ曜日なので７で割ったときの余りが等しくなります。○を７で割ったときの余りを上の行，○と△の和を７で割ったときの余りを下の行に書くと，下の表になり，余りが４・５・６の曜日のときに条件を満たします。

0	1	2	3	4	5	6
0	2	4	6	1	3	5

どの月であっても，○にあてはまる日付けは，４日・５日・６日，１１日・１２日・１３日，１８日・１９日・２０日の９つなので，９×１２＝１０８（通り）です。

異なる月の場合

枠が２つの月にまたがる場合は，前月が大の月（３１日まである月），小の月（３０日まである月），２月の場合で分けます。一般には２月も小の月ですが，ここでは区別して扱います。

大の月

前月	0	1	2	3	4	5	6
次月	4	5	6	0	1	2	3
和	4	6	1	3	5	0	2

小の月

0	1	2	3	4	5	6
5	6	0	1	2	3	4
5	0	2	4	6	1	3

２月

0	1	2	3	4	5	6
0	1	2	3	4	5	6
0	2	4	6	1	3	5

このように，どの場合であっても和を７で割った余りは０～６の７種類が１つずつとなります。よって，奇数になるのは３×１１＝３３（通り）です。

以上より，１０８＋３３＝１４１（通り）の枠の置き方において余りが奇数となります。

最難関問題

（２）右の図の◯，△，□が同じ月か異なる月かで場合分けをします。

◯
△
□

同じ月の場合

同じ月の場合，◯，△，□は同じ曜日なので７で割ったときの余りが等しくなります。◯を７で割ったときの余りを上の行，◯，△，□の和を７で割ったときの余りを下の行に書くと，下の表になり，余りが４・５・６の曜日のときに条件を満たします。

0	1	2	3	4	5	6
0	3	6	2	5	1	4

◯にあてはまる日付けは，１日・４日・５日，８日・１１日・１２日まではどの月でも共通で，２月を除く月では１５日もあてはまります。よって，６×１＋７×１１＝８３（通り）です。

異なる月の場合

（１）と同様に前月が大の月，小の月，２月の場合で分けます。（ア）は◯と△が前月の場合，（イ）は◯のみが前月の場合とします。

大の月

前月	0	1	2	3	4	5	6
次月	4	5	6	0	1	2	3
（ア）	4	0	3	6	2	5	1
（イ）	1	4	0	3	6	2	5

小の月

0	1	2	3	4	5	6
5	6	0	1	2	3	4
5	1	4	0	3	6	2
3	6	2	5	1	4	0

２月

0	1	2	3	4	5	6
0	1	2	3	4	5	6
0	3	6	2	5	1	4
0	3	6	2	5	1	4

どの場合であっても和を７で割った余りは０～６の７種類が１つずつとなります。よって，奇数になるのは６×１１＝６６（通り）です。

以上より，８３＋６６＝１４９（通り）の枠の置き方において余りが奇数となります。