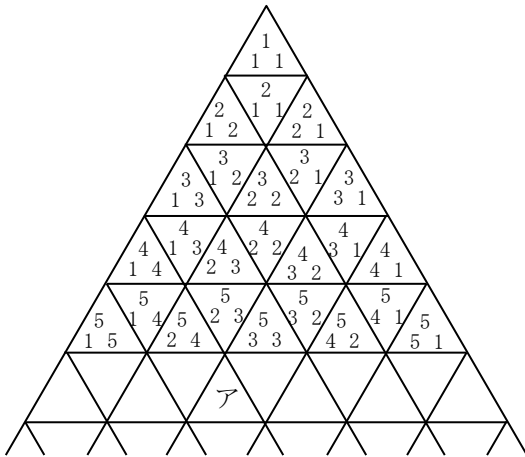


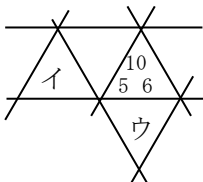
最難関問題

3枚のガラス板

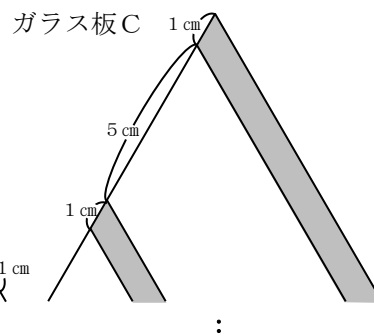
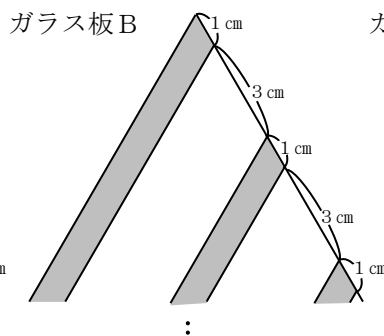
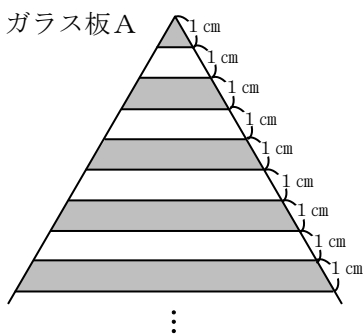
図のように数字を3個書いた正三角形のカードを並べていきます。



- (1) アのカードには、どのように数字が書かれていますか。図で表しなさい。
- (2) 下の図のイ、ウのカードには、どのように数字が書かれていますか。図で表しなさい。

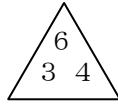


- (3) 3個の数字の和が101であるカードは何枚並びますか。
- (4) 1辺が50cmの正三角形の形をしたガラス板A, B, Cを用意します。下の図のように、ガラス板Aは1cmおきに、Bは3cm, Cは5cmおきに正三角形の辺と平行に1cmの幅でうすい色がぬられています。3枚のガラス板をそのままの向きでぴったり重ねると、うすい色が3枚分重なって、最も濃く見える部分があるいくつかできます。その面積を合計すると、1辺が1cmの正三角形何個分になりますか。

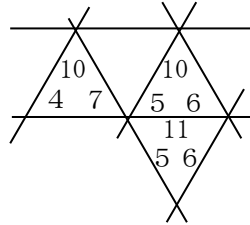


最難関問題

3項アドレス (1)



(2)



(3) 50枚 (4) 61個分

(1) 図1のようにカードに書いてある3個の数字を a , b , c とします。 a の数字が上から何段目であるかを表しているのは、わかりやすいでしょう。 b , c の数字はそれぞれ図2, 3のようにななめにみて何段目であるかを表しています。

アのカードは図4の位置にあるので、 a が6, b が3, c が4となります。

図1

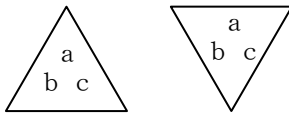


図2

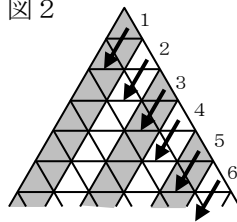


図3

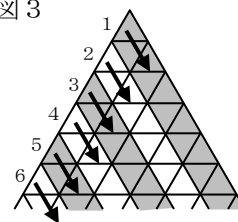
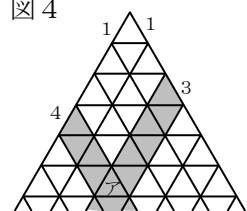
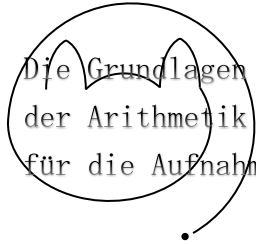


図4



(2) (1) と同様に考えて、上の解答になります。また、このことから数字の並び方についていくつかのきまりに気づくことができるでしょう。上向きの三角形 \triangle では常に $b + c = a + 1$ になっており、下向きの三角形では $b + c = a$ になっています。

(3) $a + b + c = 101$ となるのは、上向きの三角形 \triangle のみです。というのも、下向きの三角形 ∇ では、 $a = b + c$ であるために、 $a + b + c$ は偶数になるからです。よって、上向きの三角形 \triangle で、 $a = 50$, $b + c = 51$ であるカードのが何枚ならぶかを考えます。 $(b, c) = (1, 50), (2, 49), (3, 48), \dots, (50, 1)$ ですから、50枚です。



最難関問題

(4) (1) ~ (3) のカードを 50 段並べた場合の問題として、考えましょう。ガラス板 A より、3 枚の色が重なる部分では、 a は必ず奇数になります。同様に、ガラス板 B より b は 4 の倍数 + 1、ガラス板 C より c は 6 の倍数 + 1 となります (ただし、0 も 4、6 の倍数に含めます)。 b と c の和は偶数なので、 a は $b + c - 1$ でなければならず、3 枚のガラスが重なる部分は必ず上向きの三角形 \triangle になります。

$a = b + c - 1$ より、 b と c の値が決まれば a は勝手に決まるので、 b と c の値のみを考えれば十分です。 $b = 4 \times \bigcirc + 1$ 、 $c = 6 \times \square + 1$ とすると、 $4 \times \bigcirc + 1 + 6 \times \square + 1$ が $50 + 1 = 51$ 以下であればよいので、 $4 \times \bigcirc + 6 \times \square$ は $51 - 2 = 49$ 以下です。条件を満たす \bigcirc と \square を調べ上げると、以下のようになります。

○	12	11	10	9	8	7	6	5	4
□	0	0	0, 1	0~2	0~2	0~3	0~4	0~4	0~5
	1通り	1通り	2通り	3通り	3通り	4通り	5通り	5通り	6通り

○	3	2	1	0
□	0~6	0~6	0~7	0~8
	7通り	7通り	8通り	9通り

よって、 $1 \times 2 + 2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 1 + 5 \times 2 + 6 \times 1 + 7 \times 2 + 8 \times 1 + 9 \times 1 = 61$ より、1 辺が 1 cm の三角形 61 個分の面積であることがわかります。