

最難関問題

分母 2025 の分数と循環小数

次の問いに答えなさい。

(1) 9, 99, 999, 9999, … のように、各位に 9 のみが並ぶ整数のうちで、以下の条件を満たすものを答えなさい。

- ① 27 の倍数のなかで最も小さいものを答えなさい。
- ② 81 の倍数のなかで最も小さいものを答えなさい。

(2) $\frac{25}{2025}$ を小数にしたときに、小数点以下にけっして現れない数をすべて答えなさい。

(3) $\frac{1}{2025}$, $\frac{2}{2025}$, $\frac{3}{2025}$ を小数にしたときに、小数点以下にけっして現れない数を、それぞれすべて答えなさい。



最難関問題

分母 2025 の分数と循環小数

(1) ① 999 ② 999999999 (2) 8

(3) $\frac{1}{2025} \dots 5$, $\frac{2}{2025} \dots 1$, $\frac{3}{2025} \dots 2, 3, 5, 6, 7, 9$

(1) 9, 99, 999, 9999, ... は, 9×1 , 9×11 , 9×111 , 9×1111 , ... という積の形に分解できます。

- ① 9 は 3 を 2 個かけ合わせた数, 27 は 3 を 3 個かけ合わせた数なので, $9 \times 1 \dots 1$ の $1 \dots 1$ が 3 の倍数である場合を考えて, $9 \times 111 = 999$ です。
- ② 81 は 3 を 4 個かけ合わせた数なので, $9 \times 1 \dots 1$ の $1 \dots 1$ が $3 \times 3 = 9$ の倍数である場合を考えて, $9 \times 111111111 = 999999999$ です。

(2) $\frac{25}{2025} = \frac{100}{8100} = \frac{1}{81}$ です。 $\frac{1}{81} = \frac{\square}{9 \dots 9}$ となる場合を考えると,

(1) より $9 \dots 9$ は 999999999 なので,

$999999999 = 9 \times 111111111 = 9 \times 9 \times 12345679$ となることから,

$\frac{1}{81} = \frac{12345679}{99999999}$ なので, 小数にすると, $0.012345679012345679 \dots$ と,

012345679 の繰り返えしになります。このことを, $0.\boxed{012345679}$ と表します。小数点以下に現れない数は 8 です。

(3) $\frac{1}{2025} = \frac{4}{8100} = \frac{1}{81} \times \frac{4}{100}$ であることを利用すると,

$$0.\boxed{012345679} \times 0.04 = 0.00\boxed{012345679} \times 4 = 0.00\boxed{049382716}$$

となるので, 小数点以下に現れない数は 5 です。

$\frac{2}{2025} = 0.00\boxed{049382716} \times 2 = 0.00\boxed{098765432}$ となるので, 小数点以下に現れない数は 1 です。

$\frac{3}{2025} = \frac{3 \times 4}{8100} = \frac{1}{27} \times \frac{4}{100}$ であることを利用すると,

$$0.\boxed{037} \times 0.04 = 0.00\boxed{037} \times 4 = 0.00\boxed{148}$$

となるので, 小数点以下に現れない数は 2, 3, 5, 6, 7, 9 です。