

最難関問題

分母 2025 の分数と循環小数

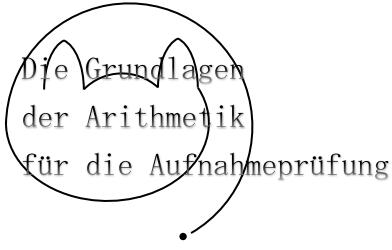
次の問いに答えなさい。

(1) 9, 99, 999, 9999, … のように、各位に 9 のみが並ぶ整数のうちで、以下の条件を満たすものを答えなさい。

- ① 27 の倍数のなかで最も小さいものを答えなさい。
- ② 81 の倍数のなかで最も小さいものを答えなさい。

(2) $\frac{25}{2025}$ を小数にしたときに、小数点以下にけっして現れない数をすべて答えなさい。

(3) $\frac{1}{2025}, \frac{2}{2025}, \frac{3}{2025}$ を小数にしたときに、小数点以下にけっして現れない数を、それぞれすべて答えなさい。



最難関問題

分母2025の分数と循環小数

(1) ①999 ②999999999 (2) 8

(3) $\frac{1}{2025} \cdots 5, \frac{2}{2025} \cdots 1, \frac{3}{2025} \cdots 2, 3, 5, 6, 7, 9$

(1) 9, 99, 999, 9999, …は, $9 \times 1, 9 \times 11, 9 \times 111, 9 \times 1111, \dots$ という積の形に分解できます。

- ① 9は3を2個かけ合わせた数, 27は3を3個かけ合わせた数なので, $9 \times 1 \cdots 1$ の1…1が3の倍数である場合を考えて, $9 \times 111 = 999$ です。
- ② 81は3を4個かけ合わせた数なので, $9 \times 1 \cdots 1$ の1…1が3×3=9の倍数である場合を考えて, $9 \times 111111111 = 999999999$ です。

(2) $\frac{25}{2025} = \frac{100}{8100} = \frac{1}{81}$ です。 $\frac{1}{81} = \frac{\square}{9 \dots 9}$ となる場合を考えると,

(1) より9…9は999999999なので,

$$999999999 = 9 \times 111111111 = 9 \times 9 \times 12345679$$
となることから,

$$\frac{1}{81} = \frac{12345679}{999999999}$$
なので, 小数にすると, 0.012345679012345679…と,

012345679の繰り返しになります。このことを, 0.012345679と表します。小数点以下に現れない数は8です。

(3) $\frac{1}{2025} = \frac{4}{8100} = \frac{1}{81} \times \frac{4}{100}$ であることを利用すると,

$$0.012345679 \times 0.04 = 0.00012345679 \times 4 = 0.00049382716$$

となるので, 小数点以下に現れない数は5です。

$$\frac{2}{2025} = 0.00049382716 \times 2 = 0.00098765432$$
となるので, 小数点以下に現れない数は1です。

$$\frac{3}{2025} = \frac{3 \times 4}{8100} = \frac{1}{27} \times \frac{4}{100}$$
であることを利用すると,

$$0.037 \times 0.04 = 0.00037 \times 4 = 0.00148$$

となるので, 小数点以下に現れない数は2, 3, 5, 6, 7, 9です。