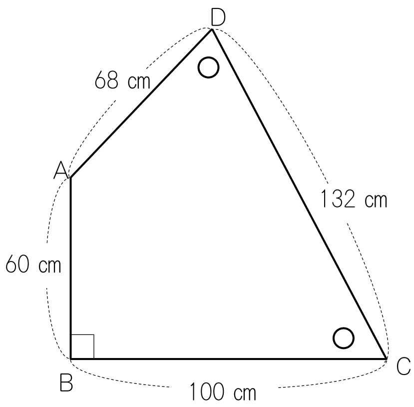
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

直角三角形・二等辺三角形と相似

下の図の四角形ＡＢＣＤの面積を求めなさい。角ＣとＤの大きさは等しくなっています。



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

直角三角形・二等辺三角形と相似　６９６０㎠

図①のようにＢＡとＣＤをのばした線の交わる点をＥ，ＤＡとＣＢをのばした線の交わる点をＦとします。また，頂点Ａを通ってＤＣと平行な線を引き，ＢＣと交わる点をＧとします。ＧＣ＝ＡＤ＝６８㎝，ＢＧ＝１００－６８＝３２（㎝）ですから，直角三角形ＡＢＧにおいてＢＧ：ＢＡ＝３２：６０＝８：１５です。こうして，３つの内角の大きさが９０度，○，●である三角形の直角をはさむ２辺の長さの比は８：１５であることがわかります。

次に，図②のように点ＦからＣＤに垂直な線を引いて交わる点をＨ，点ＤからＢＣに垂直な線を引いて交わる点をＩ，ＦＨとＤＩの交わる点をＪとします。三角形ＦＣＤが二等辺三角形であることから，ＤＨ＝ＣＨ＝６６㎝になります。

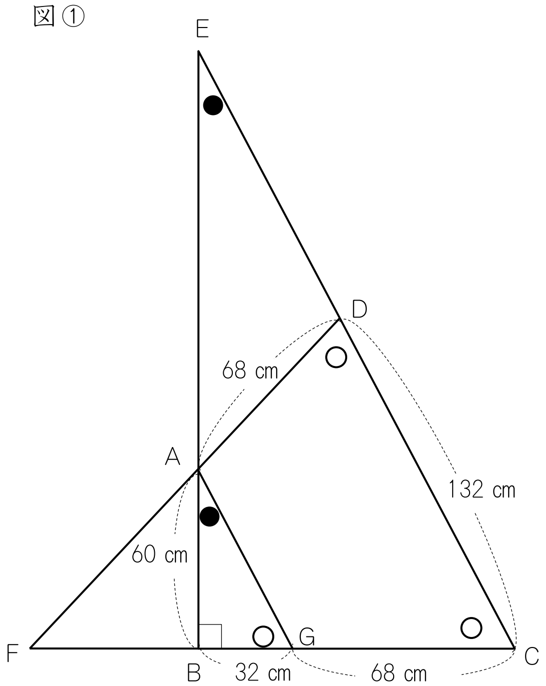
ここで，あみ目の部分の三角形ＦＣＨに注目をすると，ＦＨ＝$66\times\frac{15}{8}$（㎝）です。

また，斜線部分の三角形ＤＪＨに注目をすると，ＪＨ＝$66\times\frac{8}{15}$（㎝）です。

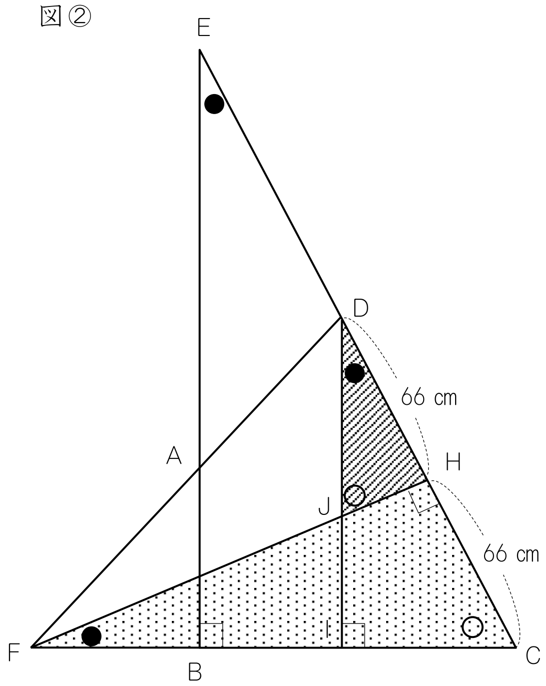
よって，ＦＨ：ＪＨ＝$66\times\frac{15}{8}:66\times\frac{8}{15}$＝２２５：６４，

ＦＪ：ＪＨ＝（２２５－６４）：６４＝１６１：６４です。

図①



図②



受験算数の基礎

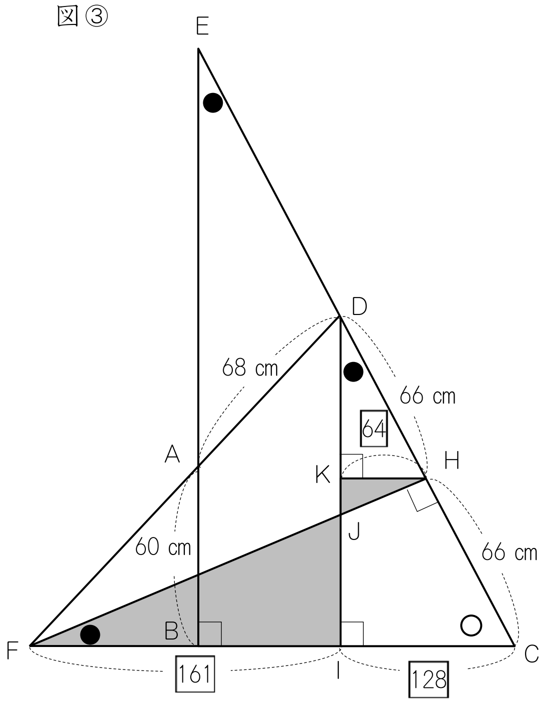
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

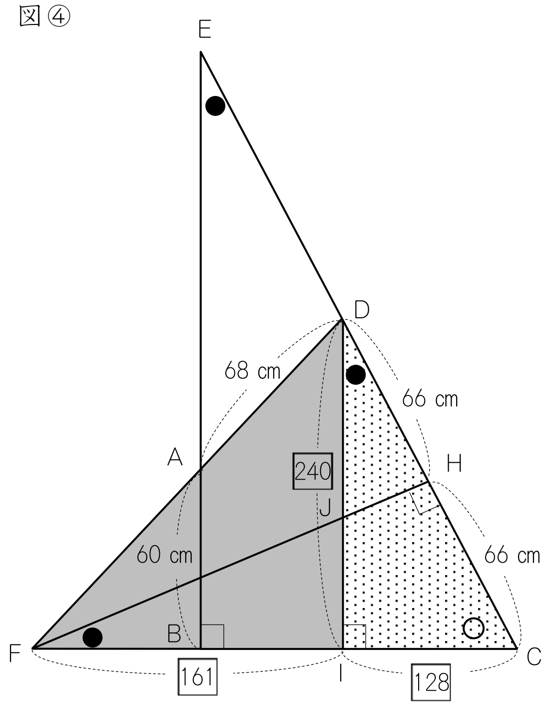
ＦＪ：ＪＨ＝１６１：６４であることから，図③の影をつけた三角形ＦＩＪとＨＫＪの相似に注目をします。ＦＩ＝$\boxed{161}$とすると，ＨＫ＝$\boxed{64}$です。また，ＩＣ＝$\boxed{64}$×２＝$\boxed{128}$です。

このとき，図④のあみ目の部分の三角形ＤＩＣに注目をすると，ＩＤ＝$\boxed{128}\times\dfrac{15}{8}=\boxed{240}$なので，影をつけた三角形ＦＤＩにおいて，ＤＩ：ＦＩ＝２４０：１６１です。三角形ＦＡＢは三角形ＦＤＩと相似ですから，ＦＢ＝$60\times\dfrac{161}{240}=40.25$（㎝）です。

図③



図④



こうして，ＦＣ＝４０.２５＋１００＝１４０.２５＝$\boxed{161}+\boxed{128}=\boxed{289}$ということがわかるので，

ＤＩ＝$140.25\times\dfrac{240}{289}=\dfrac{1980}{17}$（㎝），

三角形ＦＤＣの面積は$140.25\times\dfrac{1980}{17}\div2=8167.5$（$\text{㎝}^2$）です。

三角形ＦＡＢの面積は，４０.２５×６０÷２＝１２０７.５（㎝^2）なので，

四角形ＡＢＣＤの面積は８１６７.５－１２０７.５＝６９６０（㎝^2）です。