受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

円と幾何平均

図１のように一直線上に３点Ａ，Ｂ，Ｃが並んでいて，ＡＣの長さは３０㎝です。ＡＣが直径となる円と，点Ｂが中心でＡＢが半径となる円をかきます。次に，ＡＣが直径となる円の円周上に，角ＡＢＤが直角になるような点Ｄをとり，点Ｂが中心でＢＤが半径となる円をかくと，図２のようになります。

図１

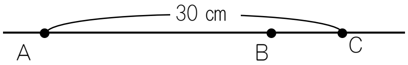


図２

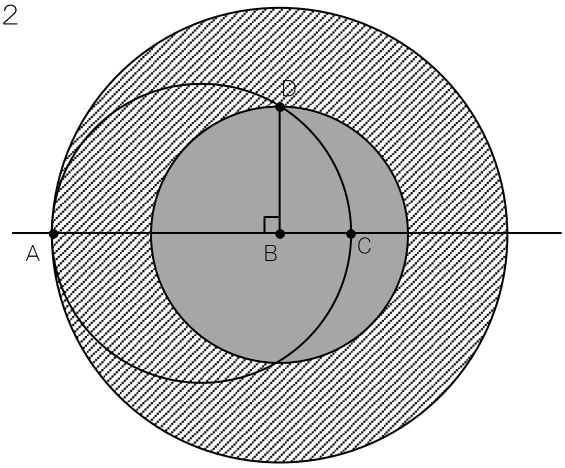
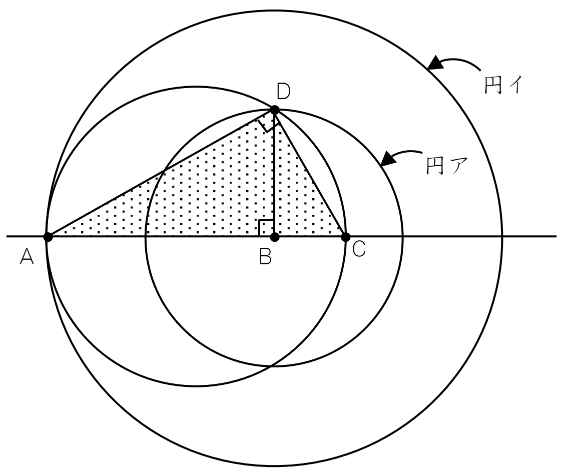


図２において影をつけた点Ｂが中心でＢＤが半径となる円と斜線部分の面積の比が２：５のとき，影をつけた円の面積を求めなさい。円周率は３.１４とします。

円と幾何平均　$488\frac{4}{9}$cm^2

下の図において，三角形ＡＣＤは，角Ｄが９０度の直角三角形になります。ここで，ＣＢ：ＢＤ＝△：□とすると，ＢＤ：ＢＡ＝△：□になります。連比をすると，
ＣＢ：ＢＤ：ＢＡ＝（△×△）:（△×□）:（□×□）ですから，ＣＢ：ＢＡ＝（△×△）:（□×□）です。
また，ＢＤを半径とする円アと，ＢＡを半径とする円イの面積の比は，
（ＢＤ×ＢＤ）:（ＢＡ×ＢＡ）＝（△×△）:（□×□）です。
よって，（△×△）:（□×□）＝２：（２＋５）＝２：７であることから，ＣＢ：ＢＡ＝２：７となります。



ＢＡの長さは，$30\times\frac{7}{2+7}=\frac{70}{3}$（cm）なので，円イの面積は，$(\frac{70}{3}\times\frac{70}{3}\times3.14)$ cm^{2}です。
円アの面積は円イの面積の$\frac{2}{7}$倍なので，$\frac{70}{3}\times\frac{70}{3}\times3.14\times\frac{2}{7}=488\frac{4}{9}$（cm^2）です。