受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

素因数の和

　１および素数以外の整数Ａについて，［Ａ］はＡを素因数分解した後で，×を全て＋に変えて計算した答えを表すことにします。例えば，１００＝２×２×５×５ですから，［１００］＝２＋２＋５＋５＝１４です。また，[[１１５]] ＝［２８］＝１１です。[[２２]] は，[[２２]] ＝［１３］ですが，[] は素数については約束をしていないので，不適当となります。

（１）次の$\boxed{\text{あ}}$～$\boxed{\text{う}}$にあてはまる整数を答えなさい。

　①［４］＝$\boxed{\text{あ}}$

　②［７５］＝$\boxed{\text{い}}$

　③ [[２３５]] ＝$\boxed{\text{う}}$

（２）①［Ａ］＝７となるＡをすべて答えなさい。

　② [[Ａ]] ＝７となるＡは全部で何個ありますか。

（３）[[[[Ａ]]]] ＝５となるＡのうちで最も小さいものと大きいものをそれぞれ答えなさい。

最難関問題

素因数の和　（１）$\boxed{\text{あ}}$＝４，$\boxed{\text{い}}$＝１３，$\boxed{\text{う}}$＝１７　（２）①１０，１２　②１２個
（３）２６，１９６８３

（１）４＝２×２より，［４］＝２＋２＝４です。
７５＝３×５×５より，［７５］＝３＋５＋５＝１３です。
２３５＝５×４７より［［２３５］］＝［５＋４７］＝［５２］，
５２＝２×２×１３より［５２］＝２＋２＋１３＝１７です。

（２）
①７を７以外の素数の和に分解すると，５＋２と３＋２＋２ですから，５×２＝１０と３×２×２＝１２です。
②１０を素数の和に分解すると，以下のようになります。
７＋３…７×３＝２１
５＋５…５×５＝２５
５＋３＋２…５×３×２＝３０
３＋３＋２＋２…３×３×２×２＝３６
２＋２＋２＋２＋２…２×２×２×２×２＝３２
１２を素数の和に分解すると，以下のようになります。
７＋５…７×５＝３５
７＋３＋２…７×３×２＝４２
５＋５＋２…５×５×２＝５０
５＋３＋２＋２…５×３×２×２＝６０
３＋３＋３＋３…３×３×３×３＝８１
３＋３＋２＋２＋２…３×３×２×２×２＝７２
２＋２＋２＋２＋２＋２…２×２×２×２×２×２＝６４
よって，１２個です。

最難関問題

（３）すべての例を調べることは不可能ですが，［Ａ］までは大した数ではないので求めてしまいます。

まず，[[[[Ａ]]]] ＝５，５＝３＋２より，[[[Ａ]]] ＝６です。

次に，６＝３＋３＝２＋２＋２より，[[Ａ]] ＝９，８です。

８＝５＋３＝３＋３＋２＝２＋２＋２＋２より１５，１８，１６，

９＝７＋２＝５＋２＋２＝３＋３＋３＝３＋２＋２＋２より，１４，２０，２７，２４ですから，

［Ａ］＝１４，１５，１６，１８，２０，２４，２７です。

（２）から読み取ってほしいことは，

・多くの素数の和に分解したほうがそれらをかけ算した答えが大きくなる

・ただし，２よりは３が多いほうがよいという点のみ例外

の２点です。実際，［Ａ］＝１０の最大は３２ではなくて３６，［Ａ］＝１２の最大は，６４ではなくて８１でした。

よって，（３）において最も小さいＡは，１４＝１１＋３のときの１１×３＝３３ではなくて，１５＝１３＋２のときの１３×２＝２６です。

最も大きいＡは２７＝３＋３＋３＋３＋３＋３＋３＋３＋３のときの，

３×３×３×３×３×３×３×３×３のときの１９６８３です。