受験算数の基礎



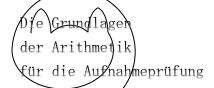
最難関問題

素因数の和

1 および素数以外の整数 A について、[A] は A を素因数分解した後で、X を全て+に変えて計算した答えを表すことにします。例えば、 $100=2\times2\times5\times5$ ですから、[100]=2+2+5+5=14 です。また、[[115]]=[28]=11 です。[[22]] は、[[22]]=[13] ですが、[] は素数については約束をしていないので、不適当となります。

- (1)次の あ ~ う にあてはまる整数を答えなさい。
 - ① [4] = あ
 - 2 [75] = \(\)
 - ③ [[235]] = j
- (2) ① [A] = 7となるAをすべて答えなさい。
 - ② [[A]] = 7となるAは全部で何個ありますか。
- (3)[[[[A]]]] = 5となるAのうちで最も小さいものと大きいものをそれぞれ答えなさい。

受験算数の基礎



最難関問題

(1)
$$4 = 2 \times 2 \pm 9$$
, $[4] = 2 + 2 = 4 \cdot 7 = 0$, $75 = 3 \times 5 \times 5 \pm 9$, $[75] = 3 + 5 + 5 = 13 \cdot 7 = 0$, $235 = 5 \times 47 \pm 9$ $[[235]] = [5 + 47] = [52]$, $52 = 2 \times 2 \times 13 \pm 9$ $[52] = 2 + 2 + 13 = 17 \cdot 7 = 0$

(2)

- ① 7 を 7 以外の素数の和に分解すると、5+2 と 3+2+2 ですから、5 × 2 = 1 0 と 3 × 2 × 2 = 1 2 です。
- ②10を素数の和に分解すると、以下のようになります。

$$7 + 3 \cdots 7 \times 3 = 21$$

$$5 + 5 \cdots 5 \times 5 = 25$$

$$5 + 3 + 2 \cdots 5 \times 3 \times 2 = 30$$

$$3 + 3 + 2 + 2 \cdots 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

12を素数の和に分解すると、以下のようになります。

$$7 + 5 \cdots 7 \times 5 = 35$$

$$7 + 3 + 2 \cdots 7 \times 3 \times 2 = 42$$

$$5 + 5 + 2 \cdots 5 \times 5 \times 2 = 50$$

$$5 + 3 + 2 + 2 \cdots 5 \times 3 \times 2 \times 2 = 60$$

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$3 + 3 + 2 + 2 + 2 \cdots 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 72$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

よって, 12個です。

受験算数の基礎



最難関問題

(3) すべての例を調べることは不可能ですが, [A] までは大した数ではないので求めてしまいます。 まず, [[[[A]]]] = 5, 5 = 3 + 2より, [[[A]]] = 6です。

次に、6=3+3=2+2+2より、[[A]] = 9、8です。

9=7+2=5+2+2=3+3+3=3+2+2+2+1, 14, 20, 27, 24 τ 4 τ 5,

[A] = 14, 15, 16, 18, 20, 24, 27 σ t.

- (2) から読み取ってほしいことは,
- ・多くの素数の和に分解したほうがそれらをかけ算した答えが大きくなる
- ・ただし、2よりは3が多いほうがよいという点のみ例外
- の2点です。実際, [A] = 10の最大は32ではなくて36, [A] = 12の最大は, 64ではなくて81でした。

よって、(3) において最も小さいAは、14=11+3のときの $11\times3=33$ ではなくて、15=13+2のときの $13\times2=26$ です。

最も大きいAは27=3+3+3+3+3+3+3+3のときの,