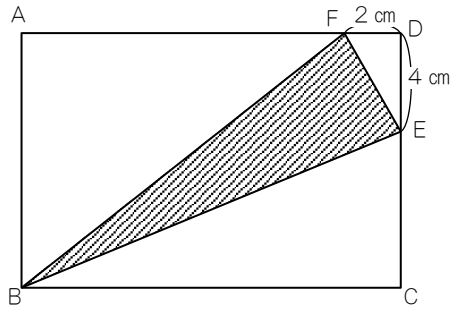
最難関問題

長方形に内接する二等辺三角形

下の図において四角形ＡＢＣＤは長方形で，三角形ＢＥＦはＢＥ＝ＢＦの二等辺三角形です。また，ＤＥ＝４㎝，ＤＦ＝２㎝です。



（１）辺ＡＢの長さが７㎝のとき，三角形ＢＥＦの面積は何㎝^{2}ですか。

（２）三角形ＢＥＦの面積が６３㎝^{2}のとき，長方形ＡＢＣＤの面積は何㎝^{2}ですか。

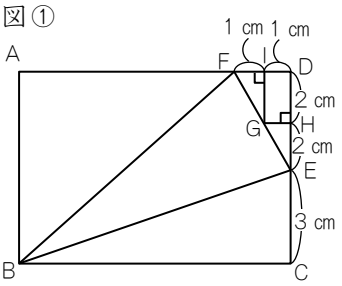
最難関問題

長方形に内接する二等辺三角形　（１）２５㎝^{2}　（２）３８２.５２㎝^{2}

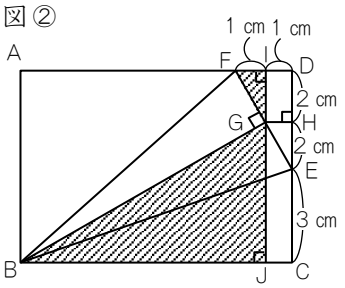
（１）図①のように辺ＥＦを二等分する点をＧとします。Ｇから辺ＣＤとＡＤに垂直な線ＧＨとＧＩをひくと，点ＨはＤＥを二等分し，点ＩはＤＦを二等分します。

次に，図②のように線ＢＧ，ＧＪを引きます。三角形ＢＥＦは二等辺三角形なので，ＢＧと辺ＥＦは垂直に交わります。斜線で示した三角形ＧＩＦとＧＪＢは相似形なので，ＧＪ＝２＋３＝５（㎝）であることから，ＢＪ＝５×２＝１０（㎝）です。辺ＢＣの長さは１０＋１＝１１（㎝）なので，
長方形ＡＢＣＤの面積から周りの三角形の面積を引くことで，三角形ＢＥＦの面積は
７×１１－（４＋１６.５＋３１.５）＝２５（㎝^{2}）と求められます。

図①

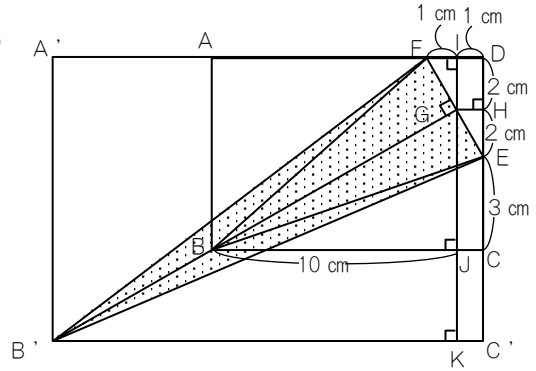


図②



（２）（１）で考えた長方形ＡＢＣＤはそのままにして，図③のようにその各辺をのばして
長方形Ａ’Ｂ’Ｃ’Ｄを作り，三角形Ｂ’ＥＦの面積を６３㎝^{2}とします。
三角形ＢＥＦとＢ’ＥＦの面積の比は２５：６３なので，共通の辺ＥＦを底辺とみなすと，高さの比ＧＢ：ＧＢ’＝２５：６３です。よって，図④の斜線で示した直角三角形ＧＢＪとＧＢ’Ｋの相似比も２５：６３となります。辺Ｂ’Ｋの長さは，$10\times\frac{63}{25}=25.2$（㎝），辺ＧＫの長さは
$25.2\times\frac{1}{2}=12.6$（㎝）なので，長方形Ａ’Ｂ’Ｃ’Ｄのたての長さは１２.６＋２＝１４.６（㎝），
横の長さは２５.２＋１＝２６.２（㎝），面積は，１４.６×２６.２＝３８２.５２（㎝^{2}）です。

図③



図④