

ピタゴラス数

直角をはさむ2辺の長さが a , b で直角と向かい合う辺の長さが c である直角三角形を2個と1辺の長さが c の正方形を組み合わせて、図1の図形を作ります。図1の図形全体の面積は、直角三角形2個と1辺の長さが c の正方形1個の和に等しくなります。また、図2のように分けると、直角三角形2個と1辺の長さが a の正方形1個と b の正方形1個の和に等しくなります。ここから、直角三角形において $a \times a + b \times b = c \times c$ が成り立つことがわかります。この性質を、ピタゴラスの定理（三平方の定理）といいます。また、3辺の長さが整数になるとき、3つの整数の組をピタゴラス数といいます。

以上から、図3の b にあてはまる整数は、図4をかくことで、4であることがわかります。

図3

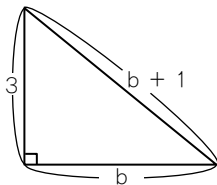
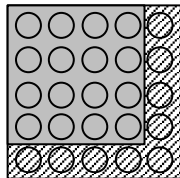
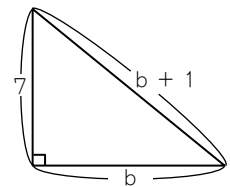


図4



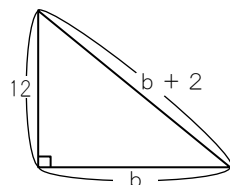
(1) 図5の b にあてはまる整数を答えなさい。

図5



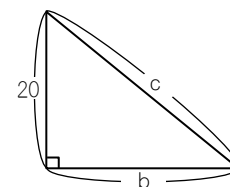
(2) 図6の b にあてはまる整数を答えなさい。

図6



(3) 図7の (b, c) にあてはまる整数の組をすべて答えなさい。

図7

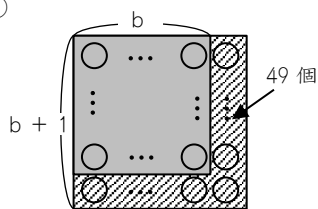


ピタゴラス数

(1) 24 (2) 35 (3) (15, 25), (21, 29), (48, 52), (99, 101)

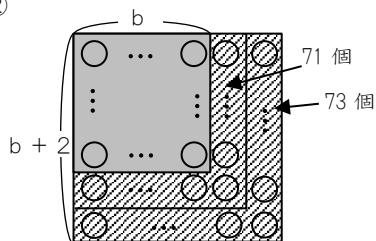
(1) 図①のように○を正方形に並べて、斜線部分の○を $7 \times 7 = 49$ (個) とします。このとき、
 $b = (49 - 1) \div 2 = 24$ (個) となるので、24です。

図①



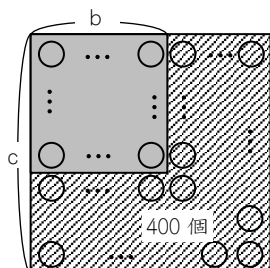
(2) 図②のように○を正方形に並べて、斜線部分の○を、 $14 \times 14 = 144$ 、 $144 \div 2 = 72$ 、
 $72 - 1 = 71$ (個) と $72 + 1 = 73$ (個) とします。このとき、
 $b = (71 - 1) \div 2 = 35$ (個) となるので、35です。

図②



(3) 図③のように考えると、400をいくつかの連続する奇数の和に分解すればよいことになります。
 400は偶数なので、連続する奇数の個数は偶数個になります。(2) で見た71, 73の平均値は72, 1, 3, 5, 7, 9, 11の平均値は6というように、連続する偶数個の奇数の平均値は偶数になるので、400を偶数で割った商が偶数になる場合を考えます。

図③

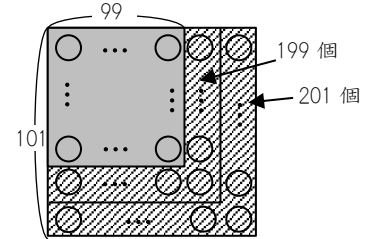


受験算数の基礎

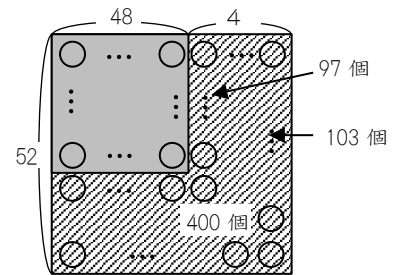
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

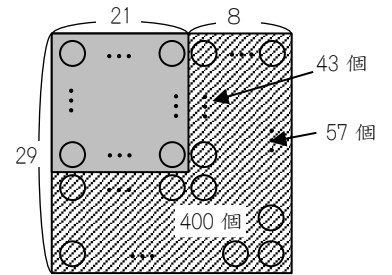
$400 \div 2 = 200$ より, $400 = 199 + 201$ なので,
 $b = (199 - 1) \div 2 = 99$, $c = 99 + 2 = 101$ より,
 $(b, c) = (99, 101)$ です。



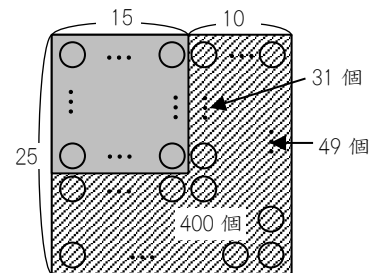
$400 \div 4 = 100$ より, $400 = 97 + 99 + 101 + 103$ なので,
 $b = (97 - 1) \div 2 = 48$, $c = 48 + 4 = 52$ より,
 $(b, c) = (48, 52)$ です。



$400 \div 8 = 50$ より, $400 = 43 + 45 + \dots + 55 + 57$ なので,
 $b = (43 - 1) \div 2 = 21$, $c = 21 + 8 = 29$ より,
 $(b, c) = (21, 29)$ です。



$400 \div 10 = 40$ より, $400 = 31 + 33 + \dots + 47 + 49$ なので,
 $b = (31 - 1) \div 2 = 15$, $c = 15 + 10 = 25$ より,
 $(b, c) = (15, 25)$ です。



$400 \div 20 = 20$ より, $400 = 1 + 3 + \dots + 37 + 39$ ですが, このときは影をつけた正方形の部分
 がなくなってしまうので, 条件を満たしません。以降も同様です。

以上より, $(15, 25)$, $(21, 29)$, $(48, 52)$, $(99, 101)$ です。