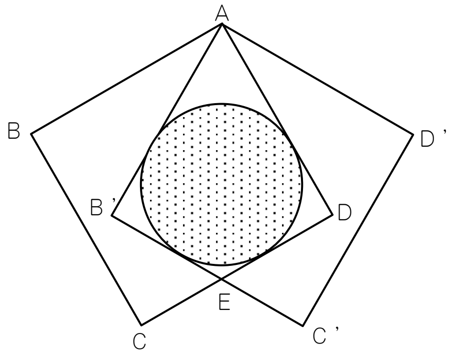
最難関問題

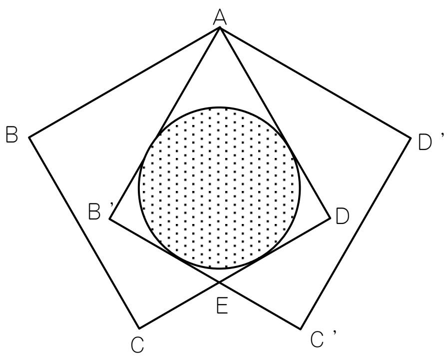
正方形の回転と内接円

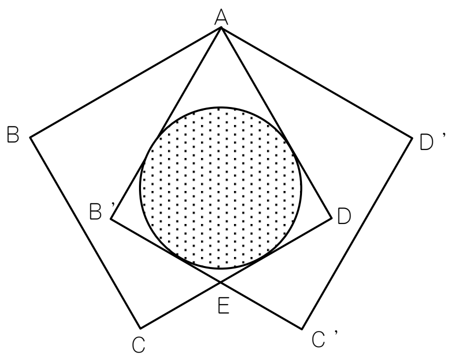
図のように正方形ＡＢＣＤを，頂点Ａを中心として回転させてできる正方形をＡＢ’Ｃ’Ｄ’とし，辺ＣＤと辺Ｃ’Ｄ’が交わる点をＥとします。四角形ＡＢ’ＥＤにぴったり入る円を円Ｏとします。以下の問いに答えなさい。円周率は３.１４とします。

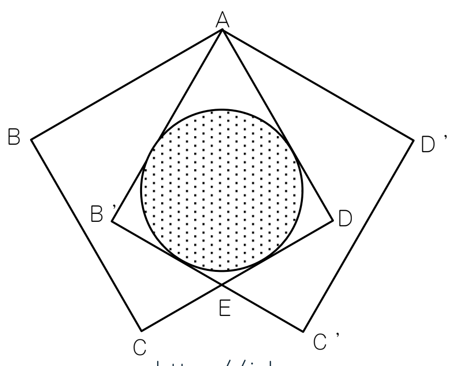


（１）正方形ＡＢＣＤの１辺の長さが１２㎝で，円Ｏの面積が５０.２４㎠のとき，四角形ＡＢ’ＥＤの面積を求めなさい。

（２）円Ｏの面積が３７.６８㎠で，四角形ＡＢ’ＥＤの面積が５０㎠のとき，正方形ＡＢＣＤの面積を求めなさい。







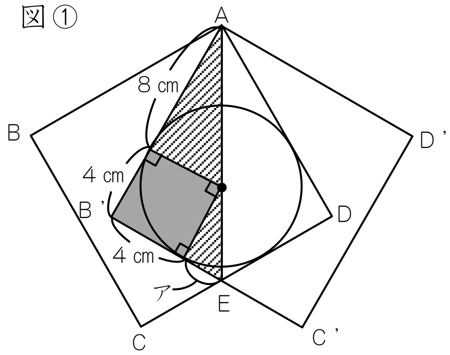
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正方形の回転と内接円　（１）７２㎠　（２）７５㎠

図①



（１）５０.２４÷３.１４＝１６，１６は４×４の平方数なので，円Ｏの半径は４㎝です。図①において影をつけた四角形は１辺４㎝の正方形，斜線部分の三角形は相似で，直角をはさむ２辺の長さの比が４：８＝１：２となるので，アの長さは４×$\frac{1}{2}$＝２（㎝）です。よって，四角形ＡＢ’ＥＤの面積は，

（４＋２）×１２×$\frac{1}{2}$×２＝７２（㎠）です。

（２）３７.６８÷３.１４＝１２より，図②において影をつけた正方形の面積は１２㎠です。斜線部分の直角三角形は相似なので，△：○＝○：□より，△×□＝○×○＝１２です（このとき，○は△と□の「幾何平均」といいます）。また，斜線部分の直角三角形の面積の和は，５０÷２－１２＝１３です。よって，○×△＋○×□＝○×（△＋□）＝１３×２＝２６です。○×○：○×（△＋□）＝１２：２６＝６：１３より，○：(△＋□）＝６：１３です。ここで，○×○＝６×６＝㊱とすると，△＋□＝１３，△×□＝㊱なので，△と□は和が１３で積が３６の２つの数であることから，４と９となります。よって，○：△：□＝６：４：９です。正方形ＡＢＣＤの１辺の長さは○の長さの$\frac{6+9}{6}=\frac{5}{2}$（倍）ですから，正方形ＡＢＣＤの面積は，１２×$\frac{5}{2}$×$\frac{5}{2}$＝７５（㎠）です。

図②