受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

壊れたフィボナッチ数列

　左から順に３０以下の２つの数を並べ，２つの数の差を右に次々と書いていきます。
例えば，３０，２９の２つを並べると，

　　　３０，２９，１，２８，２７，１，２６，２５，１，…

となります。また，最初に５，３の２つを並べると,,

　　　５，３，２，１，１，０

となります。０が現れたらそこで書くのをやめることとします。以下の問いに答えなさい。

（１）左から５，６，７番目の数が次のようになるとき，最初の２つの数の並べ方は，全部で何通りありますか。

　　①　…，８，１，７

　　②　…，９，２，７

（２）左から７番目の数が７となるとき，最初の２つの数の並べ方は，全部で何通りありますか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

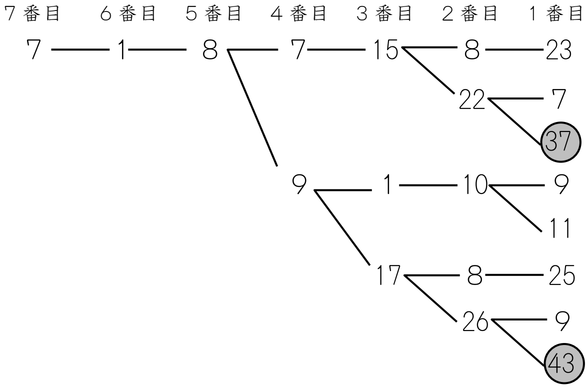
最難関問題

壊れたフィボナッチ数列　（１）①６通り　②５通り　（２）４４通り

（１）

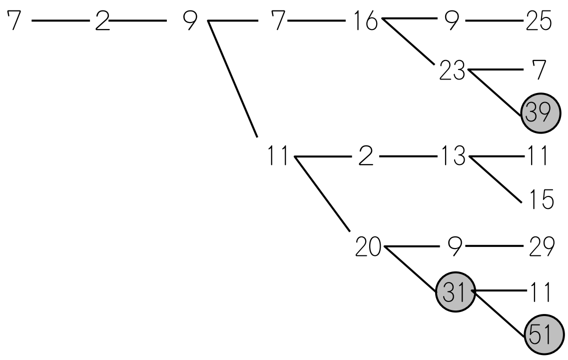
①　樹形図をかくと，図①のようになります。影をつけた○で囲った部分は，最初の２つの数が３０より大きくなってしまっている部分ですから，それを除いて数えると，
（１番目，２番目）＝（２３，８），（７，２２），（９，１０），（１１，１０），（２５，８），（９，２６）の６通りです。
　なお，数の大きさを無視すると，
６番目は１通り，５番目は１通り，
４番目は２通り，３番目は３通り，
２番目は５通り，１番目は８通りとなって，
フィボナッチ数列になっています。

図①



②　樹形図をかくと，図②のようになります。影をつけた○で囲った部分は，最初の２つの数が３０より大きくなってしまっている部分ですから，それを除いて数えると，
（１番目，２番目）＝（２５，９），（７，２３），（１１，１３），（１５，１３），（２９，９）の５通りです。

図②



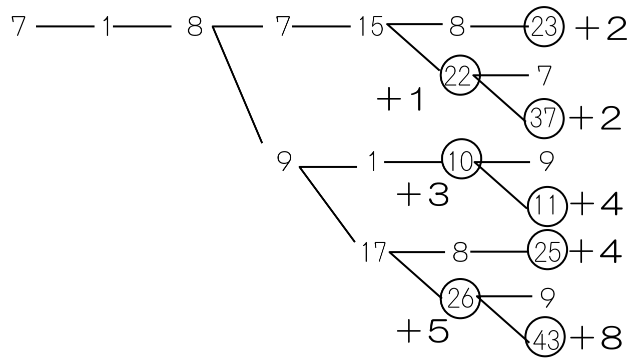
最難関問題

（２）図①の最初の２つの数のうち，大きいほうに○をつけると図③のようになります。一番上の枝では，８と２３の２３に○をつけ，上から２番目の枝では２２と７の２２に，３番目の枝では２２と３７の３７に○をつけます。

さらに，○をつけた数について，図①と②を比べて，いくつ大きくなっているかを「＋2」のようにして書き込みます。これらの数が３０以下である限りにおいて，問題の条件を満たします。上から順に○をつけた数について，３０以下となる個数を数えると，次のようになります。割り算の余りは無視します。

・２３…（３０－２３）÷２＋１＝４（個）
・２２…（３０－２２）÷１＋１＝９（個）
・３７…すでに３０を超えています
・１０…（３０－１０）÷３＋１＝７（個）
・１１…（３０－１１）÷４＋１＝５（個）
・２５…（３０－２５）÷４＋１＝２（個）
・２６…（３０－２６）÷５＋１＝１（個）
・４３…すでに３０を超えています

図③

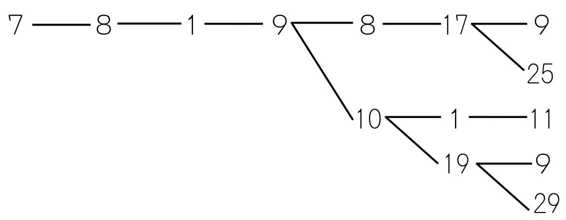


よって，４＋９＋７＋５＋２＋１＝２８（個）より，２８通りです。ただし，これで全てではありません。ここまでで考えてきたのは，…，８，１，７や…，９，２，７のように，５番目より６番目の方が小さい場合です。５番目より６番目が大きい場合についても，同様に求めていきます。

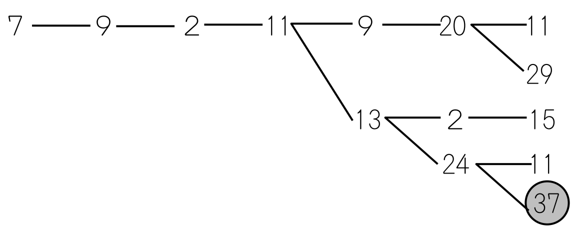
最難関問題

５番目より６番目が大きい場合，５，６，７番目の数が，１，８，７と２，９，７となる場合の樹形図はそれぞれ図④，⑤のようになります。

図④



図⑤

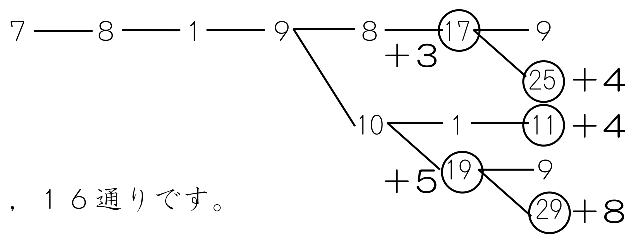


図④の最初の２つの数のうち，大きいほうに○をつけると図⑥のようになります。上から順に○をつけた数について，３０以下となる個数を数えると，次のようになります。割り算の余りは無視します。

・１７…（３０－１７）÷３＋１＝５（個）
・２５…（３０－２５）÷４＋１＝２（個）
・１１…（３０－１１）÷４＋１＝５（個）
・１９…（３０－１９）÷５＋１＝３（個）
・２９…（３０－２９）÷８＋１＝１（個）

よって，５＋２＋５＋３＋１＝１６（個）より，１６通りです。

図⑥



以上より，２８＋１６＝４４（通り）です。