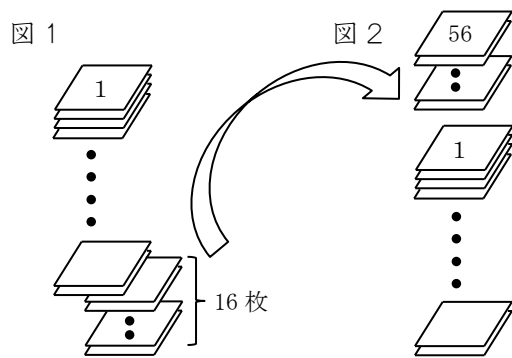


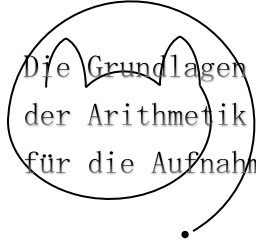
最難関問題

裏返すシャッフル

図1のように1から56までの数字が両面に書かれたカードを1枚ずつ、数字の順に積んだカードの山があります。下から16枚のカードを引きぬき、ひっくり返してから図2のように山の一番上に積むという操作をくり返します。



- (1) 操作を4回行くと、カードの山の一番上のカードは何のカードになりますか。
- (2) 1のカードが再び山の一番上にくるのは、操作を何回行ったときですか。
- (3) 10のカードが再び上から10番目の位置にくるのは、操作を何回行ったときですか。
- (4) 全てのカードが再び最初と同じ順になるのは、操作を何回行ったときですか。



最難関問題

裏返すシャッフル (1) 8 (2) 8回 (3) 6回 (4) 24回目

(1) 図①のようになって、8です。

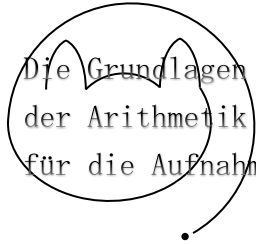
図①

1回目	2回目	3回目	4回目
56	40	24	8
41	25	9	1
1	56	40	41
40	41	25	48
	1	56	24
		41	9
		1	40
		8	25
			56
			49

(2) 図②のようになって、8回目です。

図②

5回目	6回目	7回目	8回目
49	33	17	1
56	40	24	8
25	9	48	32
32	16	41	25
8	49	33	17
1	56	40	24
41	25	9	48
48	32	16	41
24	8	49	33
	1	56	40
	41	25	9
	48	32	16
	24	8	49
	17	1	56

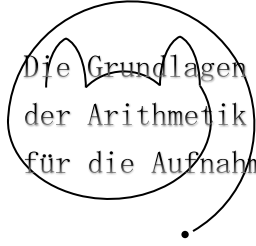


最難関問題

(3) (2) まで解くと気づくことですが，56と16の最大公約数は8ですから，最初からカードを8枚ずつの組に分けて動きを追うと，見通しが良くなります。10のカードを含む9～16のカードの組は図③のように操作を6回行うと最初の状態に戻ります。

図③

1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目
56 49	40 33	24 17	8 1	49 56	33 40
48 41	32 25	16 9	41 48	25 32	9 16
1 8	56 49	40 33	24 17	8 1	49 56
9 16	48 41	32 25	16 9	41 48	25 32
17 24	1 8	56 49	40 33	24 17	8 1
25 32	9 16	48 41	32 25	16 9	41 48
33 40	17 24	1 8	56 49	40 33	24 17



最難関問題

(4) (3) で考えた 9 ~ 16 の組だけでなく、25 ~ 32、41 ~ 48 という、最初の状態で上から偶数番目の位置にある組はすべて、図④のように 6 回の操作で最初の状態に戻ります。また、1 ~ 8、17 ~ 24、33 ~ 40、49 ~ 56 という最初の状態で上から奇数番目の位置にある組はすべて、8 回の操作で最初の状態に戻ります。

よって、6 と 8 の最小公倍数より、24 回目です。

図④

最初	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目	6 回目	7 回目	8 回目
1 8	56 49	40 33	24 17	8 1	49 56	33 40	17 24	1 8
9 16	48 41	32 25	16 9	41 48	25 32	9 16	48 41	32 25
17 24	1 8	56 49	40 33	24 17	8 1	49 56	33 40	17 24
25 32	9 16	48 41	32 25	16 9	41 48	25 32	9 16	48 41
33 40	17 24	1 8	56 49	40 33	24 17	8 1	49 56	33 40
41 48	25 32	9 16	48 41	32 25	16 9	41 48	25 32	9 16
49 56	33 40	17 24	1 8	56 49	40 33	24 17	8 1	49 56