最難関問題

円を回る円

半径６㎝の円Ｏに円Ｐが図１のように重なっていて，ＡＢは円Ｐの直径です。図１の状態から，円Ｐが円Ｏの中心の周りを時計回りに図２のように回転します。このとき，図１のかげをつけた部分が通過したあとの面積について考えます。円周率は３.１４とします。

図１

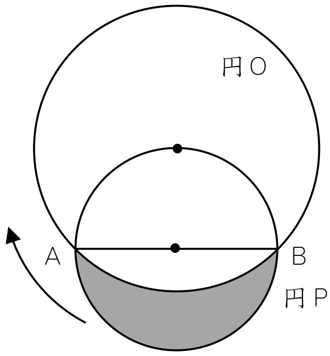
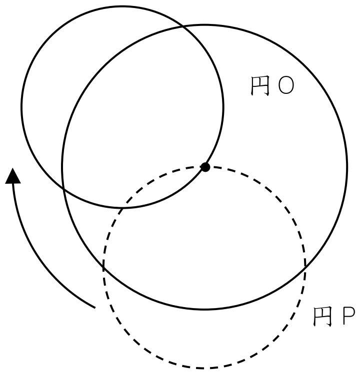


図２



（１）円Ｐが円Ｏの中心の周りを一周したとき，かげをつけた部分が通過したあとの面積を求めなさい。

（２）円Ｐが円Ｏの中心の周りを１４４度回転したとき，かげをつけた部分が通過したあとの面積を求めなさい。

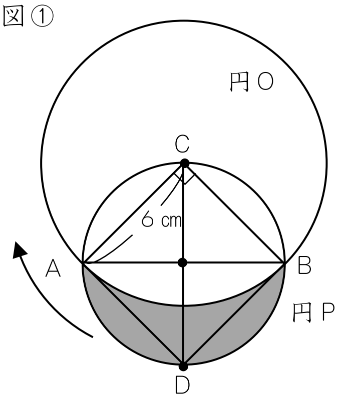
（３）円Ｐが円Ｏの中心の周りを３３０度回転したとき，かげをつけた部分が通過したあとの面積を求めなさい。

最難関問題

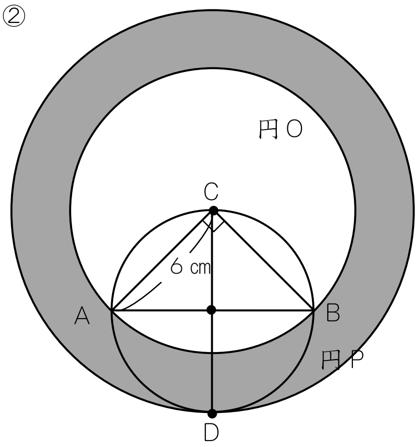
円を回る円　（１）１１３.０４cm^2　（２）６３.２１６cm^2　（３）１１２.６２（cm^2

（１）図①のように円Ｐに内接する正方形ＡＤＢＣを作ることができます。かげをつけた部分が通過したあとは図②のようになります。ＣＤ×ＣＤは正方形ＡＤＢＣの面積の２倍なので７２，よって，（７２－６×６）×３.１４＝１１３.０４（cm^2）です。

図①



図②



（２）図③のように，かげをつけた部分と斜線部分に分けて考えます。

斜線部分

$$(72-36)\times 3.14\times\frac{144}{360}=45.216\ (cm^2)$$ です。

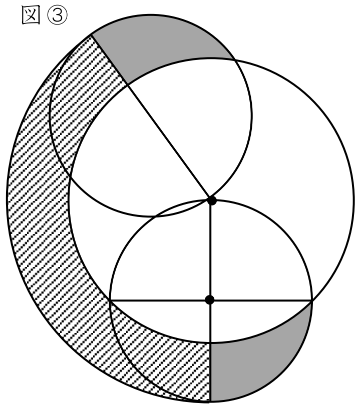
かげをつけた部分

あわせると，図１や図①の影をつけた部分と合同になります。
円Ｐにおいて，半径×半径＝７２÷２÷２＝１８なので，

$$18\times 3.14\times\frac{180}{360}-\left(36\times 3.14\times\times\frac{90}{360}-6\times 6\div 2\right)$$
＝１８（cm^2）です。

以上より，４５.２１６＋１８＝６３.２１６（cm^2）です。

図③



最難関問題

（３）図④の斜線部分とかげをつけた部分が，通過した部分です。

斜線部分

$（７２－３６）×3.１４×\dfrac{３３０}{３６０}＝１０３.６２（㎠）$です。

かげをつけた部分

図⑤のたて線部分およびあみ目部分をあわせた図形から，太線で囲ったおうぎ形を除くことで求めることができます。たて線部分は頂角が３０度の二等辺三角形を２個あわせたひし形です。その面積は，□×□＝１８であることから，□×□÷２÷２×２＝９（㎠）です。

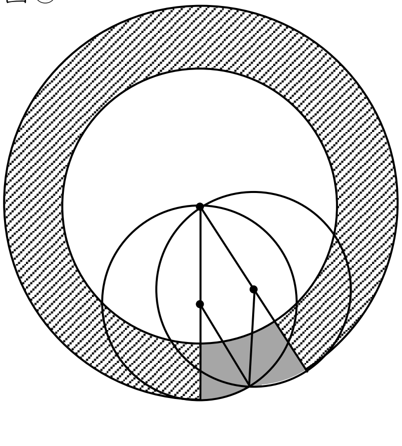
あみ目部分の面積は，$□×□×3.１４×\dfrac{３０}{３６０}×２＝9.４２（㎠）$，

太線で囲んだ部分の面積は，$６×６×3.１４×\dfrac{３０}{３６０}＝9.４２（㎠）$なので，

かげをつけた部分の面積は，９＋9.４２－9.４２＝９（㎠）です。

以上より，１０３.６２＋９＝１１２.６２（㎠）です。

図④



図⑤