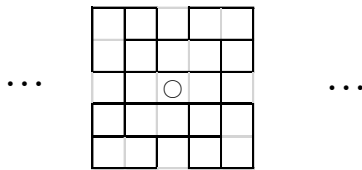
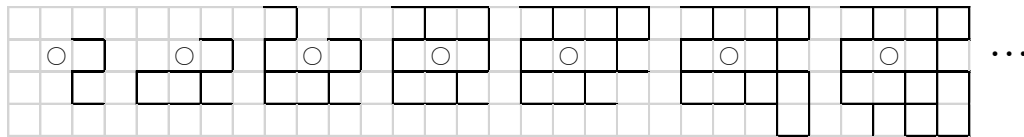


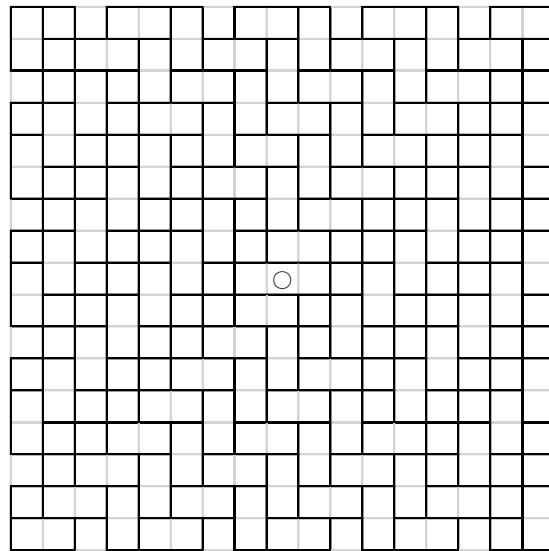
最難関問題

2020の問題・5

1辺1cmの方眼上の○印をつけたマスを中心に、らせん状にデジタル数字の2, 0を繰り返し書き続けます。

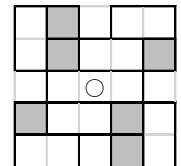


図ア



図イ

(1) 上の図アに現れる 1 cm^2 の正方形に影をつけると、右図のようになります。図イに現れる 1 cm^2 の正方形は何個ありますか。



(2) 上の図アにおいて、線全体の長さは48cmです。たて101cm、横101cmの方眼の中央のマスに○をつけて、らせん状にデジタル数字の2, 0を繰り返し書き続けた場合、線全体の長さは何cmになりますか。

最難関問題

2020の問題・5 (1) 78個 (2) 16752cm

(1) 1 cm^2 の正方形に影をつけると、右図のようになります。模様の規則性に注目をして、①～④の組に分けて考えると、

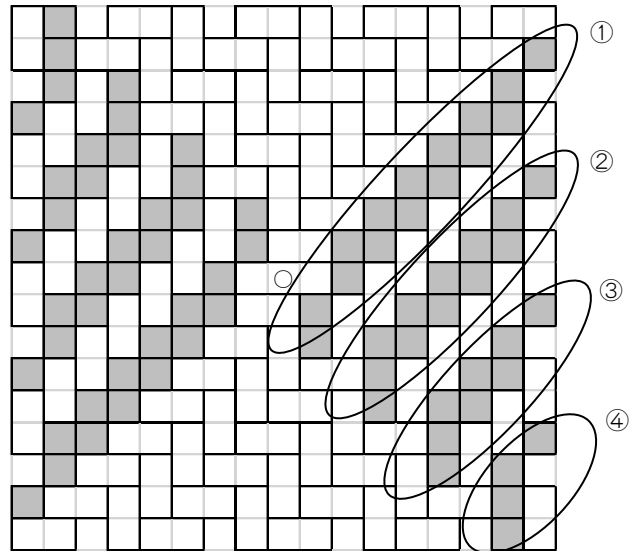
①には 1 cm^2 の正方形が $2 \times 8 - 1$ (個)

②には 1 cm^2 の正方形が 2×6 (個)、

③には 1 cm^2 の正方形が 2×4 (個)、

④には 1 cm^2 の正方形が 2×2 (個)、

となるので、①～④の正方形は
 $2 \times (8 + 6 + 4 + 2) - 1 = 39$ (個) ですから、全体では $39 \times 2 = 78$ (個) です。



(2) まず、図アの線全体の長さが 48 cm であることをどう求めるのかを考えます。図ア全体の面積を、
 $5 \times 5 = 25$ (cm^2) と考えると、

・中央の 3 cm^2 の長方形が1個

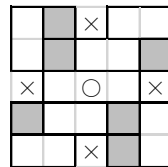
・ 1 cm^2 の正方形が6個、

・ \times をつけた、 1 cm^2 のコの字形が4個、

・ よって、 2 cm^2 の長方形は $\{25 - (3 \times 1 + 1 \times 6 + 1 \times 4)\} \div 2 = 6$ (個)、

となります。 3 cm^2 の長方形の辺の長さは 8 cm 、 1 cm^2 の正方形の辺の長さは 4 cm 、 1 cm^2 のコの字形の辺の長さは 3 cm ですがいったん 4 cm と考えておき、 2 cm^2 の長方形の辺の長さは 6 cm です。よって、辺の長さの合計は $8 \times 1 + 4 \times (6 + 4) + 6 \times 6 = 84$ (cm) となります。

84 cm のうち、 $5 \times 4 = 20$ (cm) は図アの外側1周の長さ、残りの $84 - 20 = 64$ (cm) は内側の長さです。図アの外側1周では、線の長さは、コ字形4個分の 4 cm を除いて、 $20 - 4 = 16$ (cm) です。また、図アの内側では、線の長さは、辺が互いに重なりあっているため、 $64 \div 2 = 32$ (cm) です。よって、 $16 + 32 = 48$ (cm) です。



最難関問題

同様に考えていきます。たて101 cm, 横101 cmの方眼全体の面積は $101 \times 101 = 10201$ (cm^2)です。まず, 方眼内の図形の個数を求めます。

○ 3 cm^2 の長方形

中央に1個あります。

○ 1 cm^2 の正方形

(1)と同じく①の組, ②の組, …, と考えていくと, ①の組には $2 \times (101 - 1) \div 2 - 1 = 2 \times 50 - 1$ (個), ②の組には 2×48 (個)の組, …, ⑫の組には 2×2 (個)あります。よって, $2 \times (50 + 48 + \dots + 2) - 1 = 2 \times (2 + 50) \times 25 \div 2 - 1 = 1299$ (個), 全体では, $1299 \times 2 = 2598$ (個)あります。

○ 1 cm^2 のコの字形

25組それぞれに1個ずつあるので, 方眼全体の外側の1辺につき25個, 全体では, $25 \times 4 = 100$ (個)あります。

○ 2 cm^2 の長方形

$(10201 - \{3 \times 1 + 1 \times (2598 + 100)\}) \div 2 = 3750$ (個)あります。

以上より, 辺の長さの合計は, コの字形のまわりの長さも4 cmとして求めると,
 $8 \times 1 + 4 \times (2598 + 100) + 6 \times 3750 = 33300$ (cm)です。

33300 cmのうち, $101 \times 4 = 404$ (cm)は方眼全体の外側1周の長さです。コの字形が100個あるので, 線の長さは $404 - 1 \times 100 = 304$ (cm)です。

残りの $33300 - 404 = 32896$ (cm)は方眼全体の内側の長さです。内側では, 辺が互いに重なりあっているなので, 線の長さは $32896 \div 2 = 16448$ (cm)が線の長さです。

よって, 線全体の長さは, $304 + 16448 = 16752$ (cm)です。