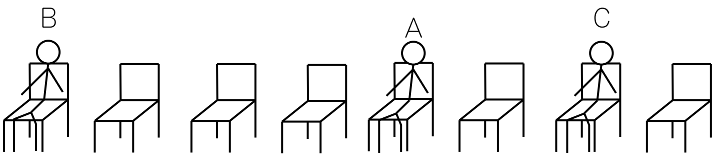
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

# 最難関問題

間を空けた座り方

椅子が横一列に何脚か並んでいます。椅子に座る際は，隣りに人が座らないようにします。下の図では，８脚の椅子にＡ，Ｂ，Ｃの３人が座っています。




（１）８脚の椅子にＡ，Ｂ，Ｃの３人が座る方法はぜんぶで何通りありますか。

（２）何脚かの椅子に４人が座る方法は５０４０通りありました，椅子は何脚並んでいますか。

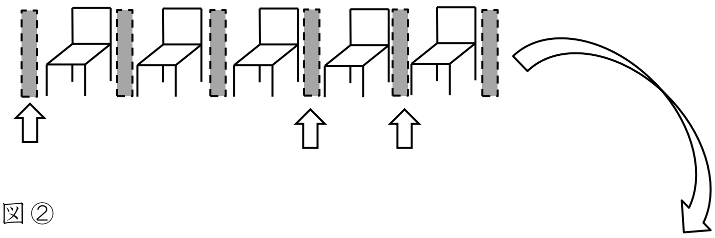
（３）何脚かの椅子に何人かが座る方法は４９１４００通りありました。何脚の椅子に何人が座りますか。

# 最難関問題

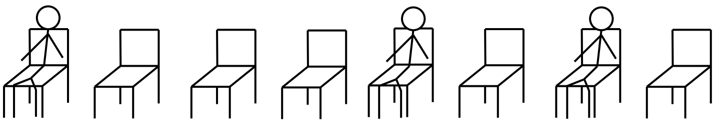
間を空けた座り方　（１）１２０通り　（２）１３脚　（３）３１脚，４人

（１）８脚の椅子に３人が座る場合，８－３＝５（脚）の椅子には人が座りません。そこで，まず図①のように人が座らない５脚の椅子を並べ，両端および椅子と椅子の間の６か所から３か所を選んで，人が座る椅子をさしこむことを考えます。

図①



図②



よって，図①の場合は人が座る椅子の選び方は６Ｃ３＝$\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}$（通り）で，

３人の並びかえは３×２×１（通り）なので，$\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}$×３×２×１＝６×５×４＝１２０（通り）です。

（２）ｎＣ４×（４×３×２×１）＝$\dfrac{n\times(n-1)\times(n-2)\times(n-3)}{4\times3\times2\times1}$×４×３×２×１

＝ｎ×（ｎ－１）×（ｎ－２）×（ｎ－３）＝５０４０なので，４個の連続する整数の積が５０４０になる場合を探します。素因数分解をすると５０４０＝２×２×２×２×３×３×５×７より，（２×５）×（３×３）×（２×２×２）×７＝１０×９×８×７となるので，ｎ＝１０．空席の数は１０－１＝９，椅子の数は，９＋４＝１３（脚）です。

# 最難関問題

（３）ｎＣｒ×（ｒ×…×２×１）＝ｎ×（ｎ－１）×（ｎ－２）×…＝４９１４００となるので，連続する整数の積が４９１４００となる場合を探します。素因数分解をすると，
４９１４００＝２×２×２×３×３×３×５×５×７×１３です。素数の１３に注目をします。

整数１３を含む場合

５と７を含み１１を含まないので，１５×１４×１３が考えられますが，５がもう１つ必要なので，２０も必要です。その場合，１７や１９といった素数も現れてしまうので，条件を満たす組み合わせはありません。

整数２６を含む場合

５が２個というところから２５，７を含むところから２８を考えると，２８×２７×２６×２５が条件を満たします。よって，人数は４人，空席の数は２８－１＝２７，椅子の数は４＋２７＝３１（脚）です。

３９以上の１３の倍数を含む場合

４個よりは少ない連続する整数の積となるので，５の倍数は必ず１個しか含まれず，よって，その数は２５の倍数になります。５０，７５，１００，…と探していっても条件は満たせません。