最難関問題

積の一，十の位

１１×３１×４１のように，一の位が等しく，十の位が異なる２個以上の２けたの整数の積の下２桁を考えます。１１×３１×４１＝１３９８１では，下２桁は８１です。

（１）２個の２けたの整数の積の下２桁が７９になりました。２個の整数の組みあわせは何通りありますか。

（２）３個の２けたの整数の積の下２桁が４７になりました。３個の整数の組みあわせは何通りありますか。

（３）４個の２けたの整数の積の下２桁が１１になりました。４個の整数の組みあわせは何通りありますか。

最難関問題

積の一，十の位　（１）８通り　（２）９通り　（３）２４通り

（１）２個の整数の一の位の積が□９になる，３×３＝９と７×７＝４９の場合に分けて考えます。

$\boxed{a３×b３＝\cdots７９}$

$$\begin{array}{rrr} & a & 3 \\ \times & b & 3 \\ \hline & 3\times a & 9 \\ a\times b & 3\times b & \end{array}$$

上の筆算から，積の十の位は３×a＋３×b＝３×（a＋b）の一の位に等しくなります。

a＋b＝９のときに３×９＝２７となって条件を満たすので，（a，b）＝（１，８），（２，７），（３，６），（４，５）の４通りです。

$\boxed{a７×b７＝\cdots７９}$

$$\begin{array}{rrr} & a & 7 \\ \times & b & {}_{4}7 \\ \hline & 7\times a & 9 \\ a\times b & 7\times b & \end{array}$$

上の筆算から，積の十の位は４＋７×（a＋b）の一の位に等しくなります。７－４＝３より，７×（a＋b）の一の位は３なので，a＋b＝９のときに７×９＝６３となります。よって，a３×b３の場合と同じく４通りです。

以上より，４×２＝８（通り）です。

（２）３個の整数の一の位の積が□７になるのは，３×３×３＝２７のみです。右の筆算が成り立つので，積の十の位は，２＋９×（a＋b＋c）の一の位に等しくなります。４－２＝２より，９×（a＋b＋c）の一の位は２，a＋b＋cの一の位は８です。条件を満たすのは，以下の９通りです。

$$\begin{array}{rrr} & a & 3 \\ \times & b & 3 \\ \hline & 3\times a & 9 \\ a\times b & 3\times b & \\ \hline a\times b & 3\times(a+b) & 9 \\ \times & c & {}_{2}3 \\ \hline \cdots\cdots & 9\times(a+b) & 7 \\ \cdots\cdots\cdots & 9\times c & \\ \hline \cdots\cdots & 2+9\times(a+b+c) & 7 \end{array}$$

1 ─ 2 ─ 5
1 ─ 3 ─ 4
1 ─ 8 ─ 9

2 ─ 7 ─ 9

3 ─ 6 ─ 9
3 ─ 7 ─ 8

4 ─ 5 ─ 9
4 ─ 6 ─ 8

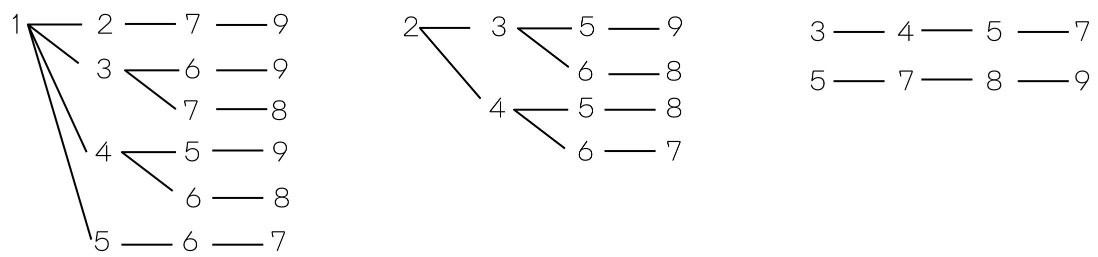
5 ─ 6 ─ 7

最難関問題

（３）４個の整数の一の位の積が□１になる，３×３×３×３＝８１と７×７×７×７＝２４０１の場合に分けて考えます。

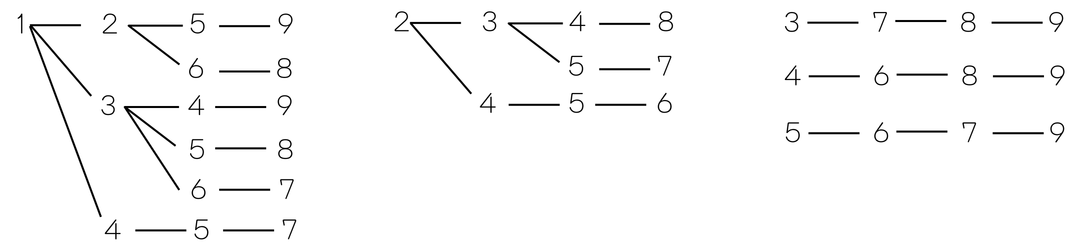
$\boxed{\text{a３×b３×c３×d３＝…１１}}$

（２）と同様に考えると，積の十の位は，３×３×３＝２７より，２７×（a＋b＋c＋d）＋８の一の位に等しく，よって，７×（a＋b＋c＋d）＋８の一の位に等しくなります。
７×（a＋b＋c＋d）の一の位は３なので，a＋b＋c＋dの一の位は９です。条件を満たすのは以下の１２通りです。



$\boxed{\text{a７×b７×c７×d７＝…１１}}$

積の十の位は，７×７×７＝３４３より，３４３×（a＋b＋c＋d）＋０の一の位に等しく，よって，３×（a＋b＋c＋d）の一の位に等しくなります。３×（a＋b＋c＋d）の一の位は１なので，a＋b＋c＋dの一の位は７です。条件を満たすのは以下の１２通りです。



以上より，１２×２＝２４（通り）です。