

最難関問題

回転する棒の描く図形・1

図1のような長さが3 cmの細い棒ABがあります。この棒を、両端AとBを交代で中心にして回転させます。例えば、Aを中心に90度、Bを中心に90度、Aを中心に90度回転させると、図2のようになります。このように、回転させるときには直前の回転で通過した部分と重ならないようにします。

円周率を3.14として、次の問いに答えなさい。

図1

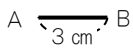


図2

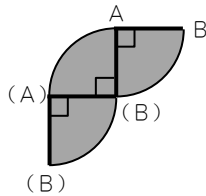
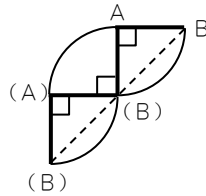


図3



(1) Aを中心に90度、Bを中心に180度回転させることを繰り返し行います。このとき、細い棒が通過してできる図形の面積は何 $\text{cm}^2$ ですか。

(2) Aを中心に回転するときは毎回80度、Bを中心に回転するときは1回おきに20度と200度で細い棒を回転させることを、繰り返し行います。このとき、細い棒が通過してできる図形の周りの長さは何cmですか。なお、ドーナツ状の図形の場合、外周も内周も周りの長さに含みます。

最難関問題

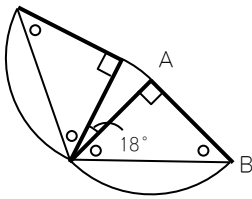
回転する棒の描く図形・1 (1)  $42.39\text{ cm}^2$  (2)  $106.76\text{ cm}$

(1) ある程度図をかいてみると、図①のようになります。○印をつけた角の大きさは2つで  
 $180 - 90 = 90$  (度)であり、 $90 + 18 = 108$  (度)です。

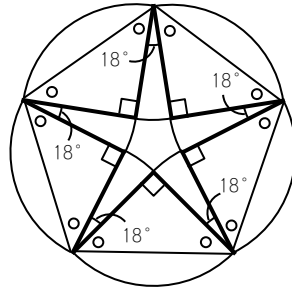
したがって、これを続けると図②のように正五角形のような形になります。よって、

$$3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{90 + 18}{360} \times 5 = 42.39 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。}$$

図①



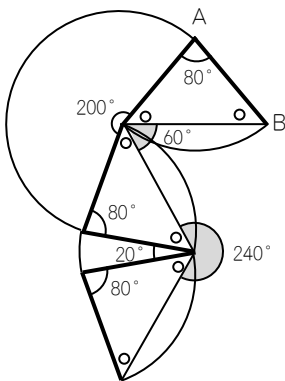
図②



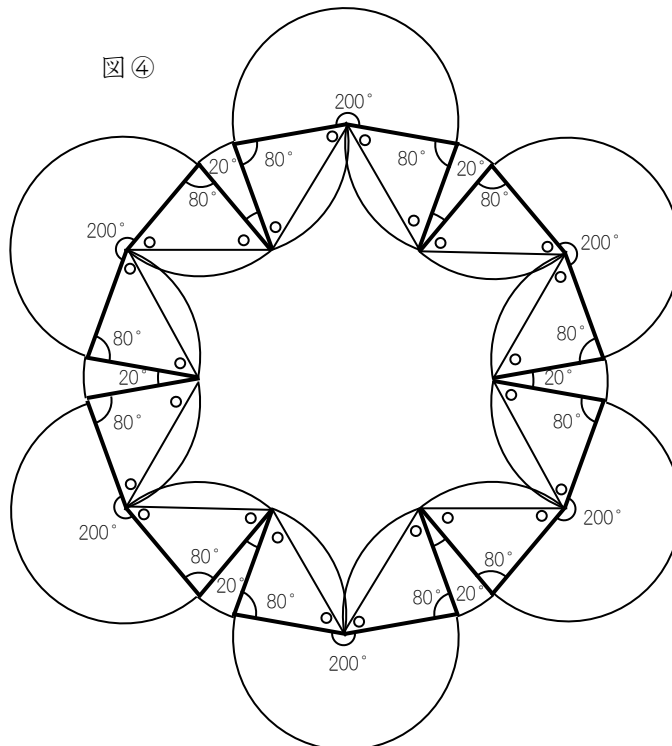
(2) ある程度図をかいてみると、図③のようになります。○印をつけた角の大きさは2つで

$180 - 80 = 100$  (度)ですから、Bが回転の中心となった地点を直線で結んでいくと、直線と直線  
 が作る角は60度か240度になります。よって、完成させると図④になります。

図③



図④



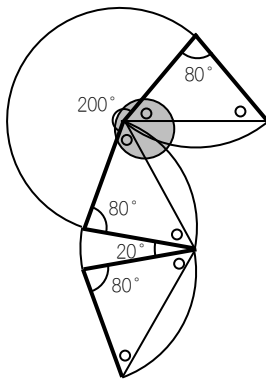
## 最難関問題

ここで気をつけなければならないのは、図⑤において影をつけた丸で囲んだ部分です。ここでは、中心角80度のおうぎ形の弧どうしが重なっているのですが、その分を周りの長さから除かなければなりません。図⑥のもようをつけた四角形がひし形である点に注目すると、重ならない部分の中心角の大きさは、 $80 - 20 = 60$  (度) となります。

以上より、細い棒が通過してできる図形の周りの長さは、

$$3 \times 2 \times 3.14 \times \frac{60 \times 2 + 200 + 20}{360} \times 6 = 106.76 \text{ (cm) です。}$$

図⑤



図⑥

