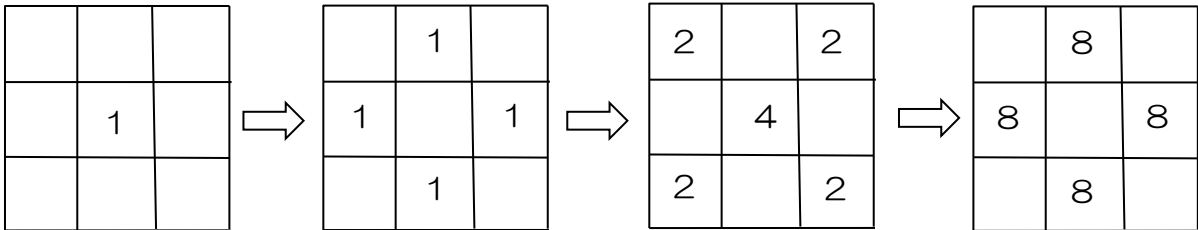


最難関問題

数のライフゲーム

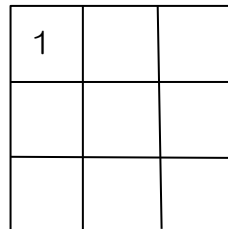
図1のように、それぞれのマスに上下左右にとなりあうマスに書かれた数の和を書いていきます。

図1



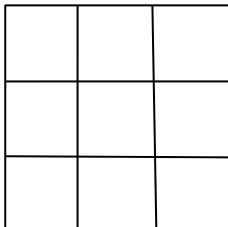
1 番目のマス目に図2のように数が書かれているとき、以下の問いに答えなさい。必要であれば2枚目の方眼を使いなさい。

図2

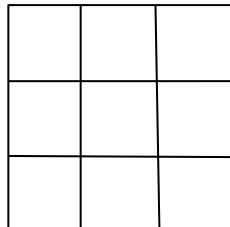


(1) 7 番目、および、8 番目のマス目の様子をかきなさい。

7 番目



8 番目



(2) マス目に書かれた数の和が2 4 5 7 6になるのは、何番目ですか。

(3) 以下の数が現れるマス目は何番目かをすべて答えなさい。無い場合は、「無い」と答えなさい。

- ① 4 1 0 8 ② 1 3 1 0 4 0

最難関問題

数のライフゲーム (1) 解説参照 (2) 1 1 番目 (3) ①無い ②1 4 番目

(1) 順に, 以下のようになります。

1 番目

1		

2 番目

	1	
1		

3 番目

2		1
	2	
1		

4 番目

	5	
5		3
	3	

5 番目

10		8
	16	
8		6

6 番目

	34	
34		30
	30	

7 番目

68		64
	128	
64		60

8 番目

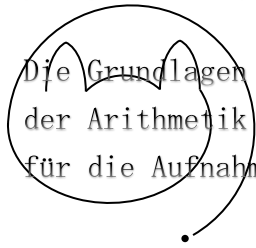
	260	
260		252
	252	

(2) 数の配置が繰り返される 4 番目以降のマス目で規則を考えます。

4 番目	6 番目	8 番目
1 6	1 2 8	1 0 2 4
5 番目	7 番目	9 番目
4 8	3 8 4	...

偶数番目から次の奇数番目にかけては和が3倍, 偶数番目から次の偶数番目にかけては和が8倍, 奇数番目から次の奇数番目にかけても和が8倍になっています。

素因数分解をすると, 2 4 5 7 6は3に2を1 3個かけた数ですから, $4 8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ に $8 = 2 \times 2 \times 2$ を3個かけた数です。よって, 1 1 番目です。



最難関問題

(3) (2) の規則性が成立する理由を考えます。

4 番目以降の偶数番目

$2 + 2 \times \square$ 番目のマス目のア, イに入る数は, 次のようになります。

$$\text{ア} \cdots (8 \text{ を } \square \text{ 回かけた数} \div 2) + (2 \text{ を } \square \text{ 回かけた数} \div 2)$$

$$\text{イ} \cdots (8 \text{ を } \square \text{ 回かけた数} \div 2) - (2 \text{ を } \square \text{ 回かけた数} \div 2)$$

	ア	
ア		イ
	イ	

5 番目以降の奇数番目

$3 + 2 \times \square$ 番目のマス目のウ~カに入る数は, 次のようになります。

$$\text{ウ} \cdots (8 \text{ を } \square \text{ 回かけた数} \times 2)$$

$$\text{エ} \cdots (8 \text{ を } \square \text{ 回かけた数})$$

$$\text{オ} \cdots (8 \text{ を } \square \text{ 回かけた数}) + (2 \text{ を } \square \text{ 回かけた数})$$

$$\text{カ} \cdots (8 \text{ を } \square \text{ 回かけた数}) - (2 \text{ を } \square \text{ 回かけた数})$$

オ		エ
	ウ	
エ		カ

- ① 8を何個かかけあわせた数で, 4108に近いものは, $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 4096$ で,
 $4108 - 4096 = 12$ です。12は2をいくつかかけあわせた数ではないので, 「無い」となりません。
- ② 8を何個かかけあわせた数で, 131040に近いものはありませんが,
 $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \div 2 = 131072$ があります。 $131072 - 131040 = 32$ です。
 32は2を6回かけた数 $\div 2$ なので, 偶数番目の条件にあっています。 $\square = 6$ より,
 $2 + 2 \times 6 = 14$ (番目) のマス目です。