

最難関問題

数表と二重の正方形

じゅうぶんに広い方眼紙に、1から順に整数を書いていきます。まず、図1のように中央のマスに1を書きます。次に、図2のように1のすぐ北のマスに2を書き、そこから時計回りに正方形ができるように5まで書きます。次に、図3のように正方形のすぐ東のマスに6を書き、そこから時計回りに正方形ができるように13まで書きます。次に、図4のように正方形のすぐ南のマスに14を書き、そこから時計回りに正方形ができるように25まで書きます。

次に正方形のすぐ西のマスに26を書き、以降も同様にして、「北・東・南・西」の順に時計回りに正方形を書いていきます。こうしてできた数表について、以下の問いに答えなさい。

図 1

	1	

図 2

	2	
5	1	3
	4	

図 3

		12		
	11	2	3	
10	5	1	3	6
	9	4	7	
		8		

図 4

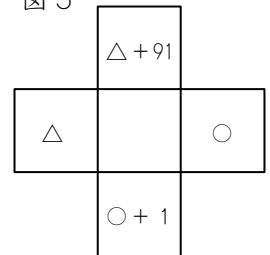
			20			
		19	12	21		
	18	11	2	13	22	
17	10	5	1	3	6	23
	16	9	4	7	24	
		15	8	25		
			14			

(1) 100が書いてあるマスの位置を答えなさい。例えば、6のマスであれば1のマスから東に2マス進んだ位置にあるので、「東に2」と答えます。13のマスであれば「東に1，北に1」と答えます。

(2) 「西に4，北に2」のマスに書いてある整数を答えなさい。

(3) 図5のように十字に並んだ5つのマスがあって、南のマスは東のマスより1大きい整数が書いてあり、北のマスは西のマスより91大きい整数が書いてあります。また、北のマスに書いてある整数は東のマスに書いてある整数より大きくなっています。このとき、十字の中央のマスに書いてある整数を答えなさい。

図 5





最難関問題

数表と二重の正方形 (1) 北に7 (2) 76 (3) 155

(1) 図①～③のように1を中央に置いた正方形のマスを2種類に分けると、図①では $1 + 4 = 5$ 、図②では $4 + 9 = 13$ 、図③では $9 + 16 = 25$ と、マスの個数は隣り合う平方数の和になっています。

図①

	2	
5	1	3
	4	

図②

		12		
	11	2	13	
10	5	1	3	6
	9	4	7	
		8		

図③

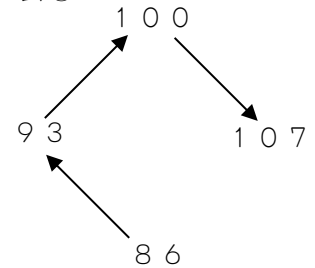
			20			
		19	12	21		
	18	11	2	13	22	
17	10	5	1	3	6	23
	16	9	4	7	24	
		15	8	25		
			14			

図①の正方形を1番目、図②の正方形を2番目、…とすると、マスの個数は次のようになります。

1番目	2番目	3番目	4番目	5番目	6番目	7番目
5個	13個	25個	41個	61個	85個	113個

100は85と113の間の数ですから、7番目の正方形を書く途中に現れます。それぞれの正方形を書き始めるマスは1番目から順に北・東・南・西の方向ですから、7番目のマスは南に86を書いたところから始まります。 $113 - 85 = 28$, $28 \div 4 = 7$ より、7番目の正方形の頂点には、図④のように、86, $86 + 7 = 93$, $93 + 7 = 100$, $100 + 7 = 107$ が書かれます。よって、100は1のマスの北に7」となります。

図④





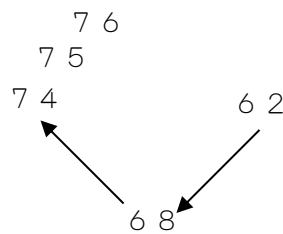
最難関問題

(2) 図⑤において、「東に1，南に1」進むと2番目の正方形，「西に2，北に1」進むと3番目の正方形を書く途中のマスに行き当たります。よって，「西に4，北に2」進むと， $4 + 2 = 6$ （番目）の正方形を書く途中のマスに行き当たります。(1)より，6番目のマスは東に62を書いたところから始まります。 $85 - 61 = 24$ ， $24 \div 4 = 6$ より，6番目の正方形の頂点には，図⑥のように，62， $62 + 6 = 68$ ， $68 + 6 = 74$ が書かれます。74は1のマスから「西に6」ですから，75が「西に5，北に1」，76が「西に4，北に2」となります。

図⑤

			20			
		19	12	21		
	18	11	2	13	22	
17	10	5	1	6	23	
	16	9	4	7	24	
		15	8	25		
			14			

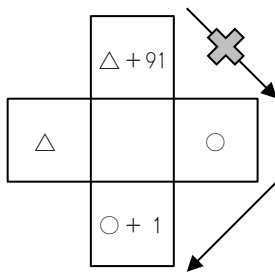
図⑥



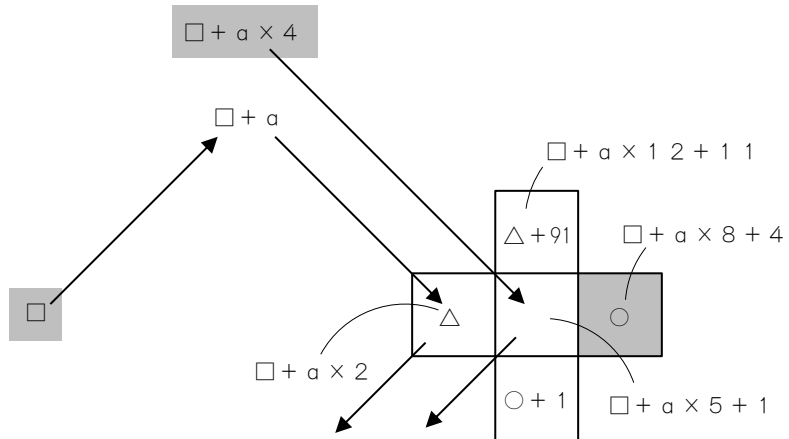
最難関問題

(3) $\triangle + 91$ は \circ より大きい整数であることから、図⑦のように正方形は \circ のマスから始まり、 $\triangle + 91$ のマスで終わることがわかります。よって、 \circ は 1 のマスの真東に位置します。図⑧のように、1 つ内側の正方形は北から始まり、もう 1 つ内側の正方形は西のマスから始まります。この正方形を書き始める数を \square とし、頂点ごとに a だけ数が大きくなるとすると、 $\triangle = \square + a \times 2$ となります。また、北から始まる正方形は $\square + a \times 4$ のマスから始まり、頂点ごとに $a + 1$ だけ数が大きくなるので、中央のマスは $\square + a \times 5 + 1$ となります。また、 \circ は東から正方形を書き始めるマスですから、 $\square + a \times 4$ に $(a + 1) \times 4$ を加えて、 $\square + a \times 8 + 4$ です。 \circ から始まる正方形は頂点ごとに $a + 2$ だけ数が大きくなるので、この正方形の最後のマスに当たる $\triangle + 91$ は $(a + 2) \times 4 - 1$ を加えて、 $\square + a \times 12 + 11$ となります。

図⑦



図⑧



$\triangle = \square + a \times 2$, $\triangle + 91 = \square + a \times 12 + 11$ より、 $91 = a \times 10 + 11$ なので、 $a = 8$ です。よって、西の \square のマスから始まる正方形は 8 番目で、その最後の数は $8 \times 8 + 9 \times 9 = 145$ 、北の $\square + a \times 4$ のマスは 146 となります。求める中央のマスに書かれている数は、 $146 + 9 = 155$ です。