受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正十角形と正二十角形

　正十角形Ｘの頂点を全て頂点とする正二十角形Ｙがあります。Ｙの全ての辺を結んでできる正二十角形をＺとします。Ｘの面積を△，Ｙの面積を□とするとき，Ｚの面積を△と□を含む式で表しなさい。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正十角形と正二十角形　$\dfrac{\triangle+\square}{2}$,（△＋□）÷２，等

図１のように，正十角形が円に内接した状態で，円周上の１０個の点と正十角形の頂点を結ぶと，図２の正二十角形ができあがります。

図１

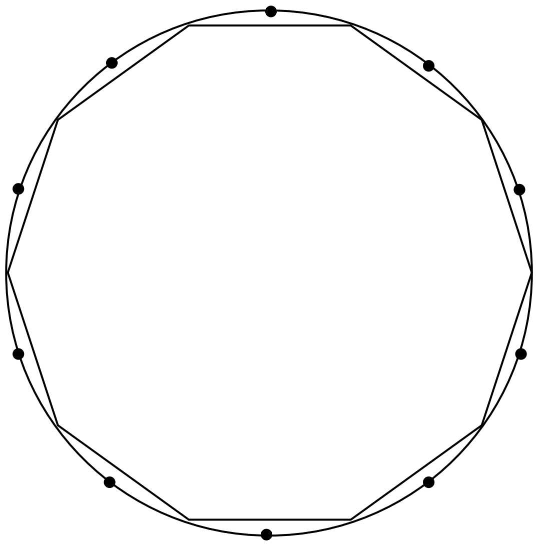

図２

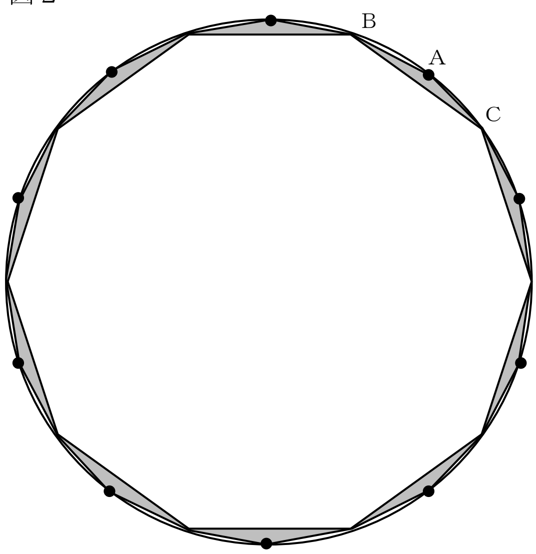

図２の三角形ＡＢＣを拡大すると，図３になります。図３のように辺ＡＢとＡＣの中点Ｄ，Ｅを結ぶと正二十角形Ｚの辺ＤＥになります。よって，Ｚの面積はＹの面積よりも斜線部２０個分だけ小さくなります。ここで，斜線部の三角形ＡＤＥの面積を①とすると，三角形ＡＤＥと三角形ＡＢＣは１：２の相似であり面積比が（１×１）:（２×２）＝１：４であることから，三角形ＡＢＣの面積は④となります。よって，□＝△＋④×１０です。また，Ｚの面積は□－①×２０＝（△＋④×１０）－①×２０＝△＋⑳となります。

△＋⑳＝$\dfrac{\triangle+(\triangle+\text{㊵})}{2}$ですから，Ｚの面積は，$\dfrac{\triangle+\square}{2}$と表せます。

図３