最難関問題

かけ算数

５けたの整数３４５６０は，左から順に１けたの整数どうしのかけ算をして，３×４×５＝６０とできます。また，１１１１１は１×１×１×１＝１，１３０５０は１×３×０×５＝０とできます。このように，左から順に１けたの整数どうしのかけ算をして正しい式になる整数を，「かけ算数」とよぶことにします。

００や０９は整数とはいえないので，１００００は１×０×０×０＝０とできますが，１×０×０＝００とはできませんし，９１１０９を９×１×１＝０９とはできません。また，１けたの整数どうしのかけ算なので，１２５６０を１２×５＝６０とはできません。次の問いに答えなさい。

（１）３けたのかけ算数は全部で何個ありますか。

（２）４けたのかけ算数は全部で何個ありますか。

最難関問題

かけ算数　（１）３２個　（２）２７３個

（１）３けたの整数を○△□とすると，○×△＝□となります。

０を含むかけ算の場合

○△□が３けたの整数であることから，○は０ではありません。よって，△＝０の場合を考えます。このとき，○×０＝０より，□＝０となります。○には１から９までの整数が入るので，３けたのかけ算数○△□は９個あります。

０を含まず１を含むかけ算の場合

○が１の場合，１×△＝△より，□＝△となります。△には１から９までの整数が入るので，９通りです。△が１の場合は○×１＝○より，□＝○となり，同様に９通りです。ただし，１１１が重複するので，９×２－１＝１７より，３けたのかけ算数○△□は１７個あります。

０も１も含まないかけ算の場合

○△□が２２４…１通り，２３６…２と３を入れかえて２通り，２４８…２通り，３３９…１通りより，あわせて（１＋２）×２＝６より，３けたのかけ算数○△□は６個あります。

以上より，３けたのかけ算数○△□は９＋１７＋６＝３２（個）あります。

（２）４けたの整数を○△□☆とすると，○×△×□＝☆の場合と，○×△＝□☆の場合が考えられます。

■ ○×△×□＝☆の場合

△，□が０を含む場合

☆＝０となります。○には１から９までの整数が入ります。△と□については，どちらにも０が入らない余事象を考えます。よって，９×（１０×１０－９×９）＝１７１（個）です

最難関問題

※以下では，○△□はいずれも０ではない場合を考えます。

○，△，□がすべて１の場合

１×１×１×＝１より，１１１１の１個です。

○，△，□のうち２つが１の場合

○×１×１＝○より，☆＝○となります。このとき，○には２から９までの整数が入るので，４けたの整数○△□☆は８個あります。１×△×１＝△のときも１×１×□＝□の場合も同様ですから，８×３＝２４（個）です。

○，△，□のうち１つが１の場合

○△□☆が１２２４…並べかえて３通り，１２３６…６通り，１２４８…６通り，１３３９…３通りより，あわせて（３＋６）×２＝１８より，１８個です。

○，△，□がすべて１ではないの場合

２２２８のみですから，１個です。

よって，○×△×□＝☆の場合は，１７１＋１＋２４＋１８＋１＝２１５（個）あります。

■ ○×△＝□☆の場合

○×△が２けたになればよいので，かけ算九九において積が２けたになる場合を求めればよいことがわかります。九九の中で積が１けたになるのは，１の段…９組，２の段…４組，３の段…３組，４の段…２組，５の段以上…それぞれ１組ですから，９×９－（９＋４＋３＋２＋１×５）＝５８（個）です。

以上より，４けたのかけ算数○△□☆は，２１５＋５８＝２７３（個）あります。