受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

表に並ぶ数の和

右の図では，たての４マス，横の４マス，ななめの４マスに並んだ数の和がいずれも５になっています。このように，たて・横・ななめの４マスに並んだ数の和が等しくなるように，マス目に１以上の整数を並べます。

2	1	1	1
1	1	1	2
1	2	1	1
1	1	2	1

（１）たて・横・ななめの４マスに並んだ数の和がいずれも５となるような数の並べ方は，全部で何通りありますか。

（２）たて・横・ななめの４マスに並んだ数の和がいずれも６となるような数の並べ方は，全部で何通りありますか。

最難関問題

表に並ぶ数の和（１）８通り　（２）４８通り

（１）５を１以上の４つの整数に和分解すると，１＋１＋１＋２となります。図①のように左上のすみのマスに２を入れた場合，アのマスに２および１を入れた，図②の２通りが成立します。４方向に回転させて，２×４＝８（通り）あります。
　すみのマスに２を入れない場合，４つのすみのマスには全て１が入るので，図③のようになって成立しません。
　よって，８通りです。

図①

2	1	1	1
1	1	ア	
1		1	
1			1

図②

2	1	1	1
1	1	2	1
1	1	1	2
1	2	1	1

2	1	1	1
1	1	1	2
1	2	1	1
1	1	2	1

図③

1			1
	2	1	
	2	1	
1			1

（２）６を１以上の４つの整数に和分解すると，１＋１＋１＋３，１＋１＋２＋２の２通りが求められます。よって，マス目に，（１，１，１，３）のみを並べる場合，（１，１，２，２）のみを並べる場合，（１，１，１，３）と（１，１，２，２）の両方を並べる場合，の３パターンを考えることができます。

（１，１，１，３）のみを並べる場合
　（１）の（１，１，１，２）の２を３に変えればよいので，８通りです。

（１，１，２，２）のみを並べる場合
　４すみのマスをすべて２にした場合は図④のようになって，残りのマスに正しく数を入れることができません。また，４すみのうち３つを２にした場合は図⑤のようになって，アとイのどちらかに１が入るので１が３つ並ぶ列ができてしまい，成立しません。よって，この２つのパターンは不成立となります。さらに，（１，１，２，２）を並べるということは並べた後で１と２をそのまま入れかえることができるので，４すみが１の場合と４すみのうち３つが１の場合も成立しません。

図④

2			2
	1	1	
	1	1	
2			2

図⑤

2	1	1	2
1	ア	1	
1	1	イ	
2			1

最難関問題

残るは，４すみの２つが２の場合です。

図⑥のように２が同一辺上に並ぶ場合，アのマスに２を入れると図⑦，１を入れると図⑧になるので，どちらも４方向に回転させて，２×４＝８（通り）です。

図⑨のように２が対角線上に並ぶ場合は（イ，ウ）に１と２を，（エ，オ）に１と２をそれぞれ入れるので，２×２＝４（通り），回転させて２通りなので，４×２＝８（通り）です。

図⑥

2	1	1	2
	ア		
1	2	2	1

図⑦

2	1	1	2
1	2	2	1
2	1	1	2
1	2	2	1

図⑧

2	1	1	2
2	1	1	2
1	2	2	1
1	2	2	1

図⑨

2	イ	ウ	1
エ	1	2	オ
オ	2	1	エ
1	ウ	イ	2

（１，１，１，３）と（１，１，２，２）の両方を並べる場合

３を入れるマスに注目して，場合分けをします。

図⑩のように３をすみのマスに入れる場合，アのマスに１を入れると図⑪，３を入れると図⑫のようになって，（１，１，２，２）の並びがなくなってしまいます。２を入れると図⑬のようになって成立します。回転させて，４通りです。

図⑩

3	1	1	1
1	1	ア	
1		1	
1			1

図⑪

3	1	1	1
1	1	1	3
1	3	1	1
1	1	3	1

図⑫

3	1	1	1
1	1	3	1
1	1	1	3
1	3	1	1

図⑬

3	1	1	1
1	1	2	2
1	2	1	2
1	2	2	1

最難関問題

図⑭のように３を辺上のマスに入れる場合，アのマスに１を入れると図⑮のように（１，１，２，２）の並びがなくなってしまいます。２を入れると，図⑯の（イ，ウ）に１，２を入れることで成立するので２通りあり，３を入れる辺上のマスが８個あるので，２×８＝１６（通り）です。また，アのマスに３を入れる場合は，上のスミのマスに３を入れる場合と重複するので，考えません。

図⑭

1	3	1	1
	1		
	1		
ア	1		

図⑮

1	3	1	1
1	1	3	1
3	1	1	1
1	1	1	3

図⑯

1	3	1	1
イ	1	2	ウ
ウ	1	2	イ
2	1	1	2

図⑰のように３を内側のマスに入れる場合，３をすみや辺上のマスに入れる場合はすでに検証済みなので，図⑱のように残りのマスに２を入れることで成立します。回転させて，４通りです。

図⑰

1	1		
1	3	1	1
	1	1	
	1		1

図⑱

1	1	2	2
1	3	1	1
2	1	1	2
2	1	2	1

以上より，８×３＋４＋１６＋４＝４８（通り）です。